PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 17. 1. September 1913. 14. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 18 am 30. August 1913.

INHALT:

Originalmitteilungen:

O. W. Richardson, Die Emission von Elektronen seitens des Wolframs bei hohen Temperaturen; ein experimenteller Beweis dafür, daß der elektrische Strom in Metallen von Elektronen getragen wird. S. 793.

R. A. Millikan, Über die elektrische Elementarladung und die Avogadrosche Konstante. S. 796.

L. Flamm, Zur α-Strahlung dicker Schichten. S. 812.

O. Geschöser, Die Erzeugung von Kathodenstrahlen in Luft von Atmosphärendruck. S. 815.

O. W. Silvey, Untersuchung einer Spitzenentladung im magnetischen und im elektrostatischen Felde. S. 816.

W. Winter, Ergebnisse einer Untersuchung von Metallen auf Gleichrichterwirkung. S. 823.

W. Sorkau, Zur Turbulenzreibung des Wassers. II. S. 828.

R. Gans, Die Koerzitivkraft des Nickels in ihrer Temperaturabhängigkeit. S. 831.

W. Arkadiew, Die Fresnelschen Beugungserscheinungen. S. 832.

E. Freundlich, Zur Frage der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit. S. 835.

G. Gehlhoff, Über einige einfache Demonstrationsversuche mit Edelgasen. S. 838.

G. H. Livens, Über die Veränderlichkeit von Absorptionsspektren. I. S. 841.

J. Stark, Wendepunkt in einer Absorptionsgrenzkurve; langwellige Absorptionsbande des Acetons. S. 845.

E. Pringsheim, Über Herrn Hilberts axiomatische Darstellung der elementaren Strahlungstheorie. S. 847.

H. Barkhausen, Bemerkung zu meinem Aufsatz: Ein Demonstrationsmodell für Wellenvorgänge. S. 850.

Besprechungen:

O. D. Chwolson, Lehrbuch der Physik. IV 2,1. S. 850.

O. D. Chwolson, Traité de Physique. III 3. S. 851.

B. Dessau, Manuale di Fisica. I. S. 851.

O. Heaviside, Electromagnetic Theory. S. 852.

E. Jahnke u. F. Emde, Funktionentafeln mit Formeln und Kurven. S. 852.

W. Volkmann, Praxis der Linsenoptik. S. 853.

M. v. Rohr, Das Auge und die Brille. S. 853.

A. Gullstrand, Einführung in die Methoden der Dioptrik des Auges des Menschen. S. 853.

C. Forch, Der Kinematograph und das sich bewegende Bild. S. 853.

F. P. Liesegang, Handbuch der praktischen Kinematographie. S. 854.

S. Riefler, Tabellen der Luftgewichte, der Druckäquivalente und der Gravitation. S. 854.

R. Witting, Zusammenfassende Übersicht der Hydrographie des Bottnischen und Finnischen Meerbusens und der nördlichen Ostsee. S. 854.

P. Schulze, Lehrbuch der Physik für höhere Lehranstalten. II. S. 854.

G. Wiegner u. P. Stephan, Lehr- und Aufgabenbuch der Physik. S. 854.

R. Börnstein, Einleitung in die Experimentalphysik. Gleichgewicht und Bewegung. S. 855.

W. Ostwald, Die Forderung des Tages. S. 855.

L. de Ball, Lehrbuch der sphärischen Astronomie. S. 855.

Tagesereignisse. S. 856.

Personalien. S. 856.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Die Emission von Elektronen seitens des Wolframs bei hohen Temperaturen; ein experimenteller Beweis dafür, daß der elektrische Strom in Metallen von Elektronen getragen wird.

(The emission of electrons from Tungsten at high temperatures: an experimental proof that the electric current in metals is carried by electrons.)

Von O. W. Richardson.

Daß die Träger des von glühenden festen Körpern ausgehenden negativen Thermionenstroms negative Elektronen sind, hat zuerst J. J. Thomson[1]) festgestellt. Im Jahre 1901 habe ich[2]) die Ansicht entwickelt, daß diese Aussendung negativer Elektronen deshalb erfolge, weil die kinetische Energie der Wärmebewegung bei einigen der Elektronen in dem festen Körper über die Arbeit überwiegt, die erforderlich ist, um jene Kräfte zu überwinden, welche diese Elektronen in dem Körper zurückzuhalten streben und sie bei tieferen Temperaturen am Entweichen verhindern. Diese Auffassung hat sich als sehr fruchtbar erwiesen, und die aus ihr gezogenen Folgerungen sind auf vielerlei Weise bestätigt worden. Sie hat eine quantitative Erklärung für die Änderung der Anzahl der ausgesandten Elektronen mit der Temperatur geliefert. Sie hat uns zu der Voraussage geführt, daß ein Abkühlungseffekt auftritt, wenn Elektronen von einem Leiter emittiert werden, sowie ein entsprechender Erwärmungseffekt, wenn sie absorbiert werden. Diese Effekte sind seither beide experimentell gefunden worden, und es hat sich herausgestellt, daß sie innerhalb der Versuchsfehlergrenzen die erwartete Größe haben. Es ist experimentell ermittelt worden, daß der Betrag und die Verteilung der Energie der ausgesandten Elektronen so sind, wie sie durch das Maxwellsche Gesetz in Einklang mit den Forderungen der Theorie gegeben werden. Schließlich hat derselbe allgemeine Gedankengang zu wertvollen Anwendungen auf die Theorie der metallischen Leiter, des Kontaktpotentials und der photoelektrischen Wirkung geführt.

1) Phil. Mag. (5) **48**, 547, 1899.

2) Proc. Phil. Soc. Cambr. II. 286, 1901; Phil. Trans. (A) **201**, 497, 1903.

Wir wissen seit langer Zeit, daß Ionen in vielen Fällen ausgesandt werden, in denen feste Körper mit Gasen chemische Reaktionen eingehen. Die jüngsten Versuche von Haber und Just[1]) weisen darauf hin, daß die Alkalimetalle Elektronen entbinden, wenn sie von gewissen Gasen angegriffen werden. Auf Grund verschiedener Betrachtungen[2]) erscheint es wahrscheinlich, daß sich durch derartige Effekte der größte Teil der von mir gemessenen Emission seitens erhitzten Natriums[3]) erklären lassen wird. Infolge dieses Schlusses sowie der Ergebnisse einer Reihe von Versuchen, die auf den ersten Blick mit der zu Beginn dieser Veröffentlichung erwähnten Theorie in Widerspruch zu stehen scheinen[4]), hat anscheinend die Ansicht das Übergewicht erlangt, daß die Emission von Elektronen seitens heißer Körper ausnahmslos ein sekundärer Effekt sei, der irgendwie durch Spuren chemischer Einwirkung entstehe. Daß diese Ansicht eine irrige ist, wird, wie ich glaube, bündig durch die im folgenden mitzuteilenden Versuche dargetan, welche ich mit Wolframfäden angestellt habe.

Die Versuche, die ich hier beschreiben will, wurden mit Wolframlampen für Versuchszwecke ausgeführt. Diese Lampen hatten einen vertikalen Faden aus duktilem Wolfram, der axial durch eine konzentrische zylindrische Elektrode aus Kupferdrahtnetz oder Kupferfolie hinabführte. Die Wolframfäden wurden in einer Wasserstoffatmosphäre elektrisch an starke Metallzuleitungen angeschweißt. Diese waren mit Silber an Platindrähte angelötet, die ihrerseits in die Glashülle eingeschmolzen waren. Die Zuleitung zur Kupferelektrode wurde in derselben Weise in das Glas eingeschmolzen. Die Lampen wurden mehrere Stunden lang mit einer Gaedepumpe ausgepumpt und wurden während dieser Zeit mit Hilfe eines Vakuumofens auf einer Temperatur von 550 bis 570° C gehalten. Die Entluftung wurde darauf mit Hilfe von flüssiger Luft und Holzkohle vervollständigt, während dabei der Wolframfaden mittels eines elektrischen Stromes bei mehr als 2200° C geglüht wurde. Die meisten Versuche wurden angestellt, nachdem der Ofen geöffnet worden war und ich die Wandungen der Lampen sich hatte abkühlen lassen. Sie befanden sich stets beträchtlich oberhalb der Zimmertemperatur, und zwar infolge der von dem glühenden Faden ausgestrahlten Wärme.

Das beschriebene Verfahren ist überaus geeignet, um die absorbierten Gase und die flüchtigen Verunreinigungen los zu werden, die bei derartigen Versuchen eine ständige Quelle für Schwierigkeiten bilden. Wenn man nicht zu einer derartigen Behandlung greift, geben die Metallelektrode und die Glaswände dieser Röhren unter dem Einfluß der von den Fäden ausgestrahlten Wärme dauernd verhältnismäßig große Gasmengen ab, und möglicherweise dürfte diese Gasentwicklung bei der Elektronenemission stets eine bedeutende Rolle gespielt haben. Die hier benutzte Behandlungsart, die mir Herr Dr. Irving Langmuir vom Versuchslaboratorium der General Electric Company in Schenectady, N. Y., auf Grund seiner Erfahrungen in dankenswerter Weise angeraten hat, scheint allem überlegen zu sein, was in dieser Hinsicht bisher veröffentlicht worden ist.

Ich habe Versuche angestellt, welche die verschiedenen denkbaren Hypothesen über die mögliche Ursprungsart der Elektronenemission umfassen, die im folgenden angegeben werden:

1. Die Emission rührt von der Gasentbindung seitens der Fäden her.

Die Lampe und das Mac Leod-Manometer wurden von der übrigen Apparatur durch einen Quecksilberverschluß abgetrennt. Das Volumen betrug dann annähernd 600 cm³. Ein 4 cm langer Faden, der einen Thermionenstrom von 0,064 Ampere lieferte, erhöhte, wie sich ergab, den Druck in fünf Minuten von Null auf $< 1 \times 10^{-6}$ mm. Die Anzahl N_1 der abgegebenen Gasmoleküle ist demnach $< 2{,}13 \times 10^{20}$. Somit ist die Anzahl der für jedes Gasmolekül emittierten Elektronen

$$\frac{N_2}{N_1} > 5{,}64 \times 10^{6}.$$

Bei dem vorstehenden Versuche wurde ein Verschluß mit flüssiger Luft eingeschaltet, um den Quecksilberdampf von dem Faden fern zu halten. Bei einem anderen Versuch mit einem 8 cm langen Faden war dies nicht der Fall, und hier stieg bei einer Stromstärke von 0,050 Ampere der Druck in 30 Minuten auf einen Wert, der zu klein war, um gemessen zu werden, der aber auf weniger als 10^{-7} mm geschätzt wurde. Der zugehörige Wert von N_2/N_1 ist $2{,}6 \times 10^{8}$. In diesem Falle wurde die Stromstärke nicht beeinflußt, als ich hinterher den Quecksilberdampf mittels flüssiger Luft abschloß (eine Änderung um 0,4 v. H. würde ich wahrgenommen haben).

Durch die Größenordnung der vorstehenden Zahlen wird der Gedanke gründlich erledigt, daß die Emission irgend etwas mit der Gasentwicklung zu tun hätte.

2. Die Emission wird durch chemische Wir-

1) Ann. d. Phys. (4) **30**, 411, 1909; **36**, 308, 1911.
2) Vgl. Fredenhagen, Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 384, 1912; Richardson, Phil. Mag. (6) **24**, 737, 1912.
3) Phil. Trans. (A) **201**, 497, 1903.
4) Vgl. Pring and Parker, Phil. Mag. (6) **23**, 192, 1912.

kung oder durch irgendeine andere auf Zusammenstößen zwischen den Gasmolekülen und den Fäden beruhende Ursache veranlaßt.

In einer Röhre mit einem Faden von 1,4 cm Länge und $1{,}65 \times 10^{-2}$ cm² Oberfläche stieg der Druck in 5 Minuten bei einer Emission von 0,050 Ampere auf $< 2 \times 10^{-6}$ mm. Wenn ich annehme, daß das Gas Wasserstoff ist, der die meisten Zusammenstöße herbeiführt, und eine recht hohe Schätzung der die Temperatur des Gases bestimmenden Temperatur der Kupferelektrode zugrunde lege, so finde ich, daß die maximale Anzahl N^1 der in der Sekunde während dieses Zeitraums auftreffenden Moleküle $< 7{,}0 \times 10^{13}$ sein würde. Die Anzahl der in der Sekunde ausgesandten Elektronen würde $N_2 = 3{,}13 \times 10^{17}$ sein. Das Verhältnis N_2/N^1 ist somit $> 4{,}47 \times 10^3$. Wenn die angenommenen Wasserstoffatome sich einfach in eine Wolke von Elektronen verwandeln würden, deren Gesamtmasse gleich der Masse des Wasserstoffs wäre, so würde der Wert von N_2/N^1 nur $3{,}68 \times 10^3$ sein. Die bereits erwähnten Daten für die Röhre mit dem 8 cm langen Faden ergeben ein noch größeres Verhältnis für N_2/N^1, nämlich $1{,}57 \times 10^4$. Überdies waren bei einigen unserer Versuche die Änderungen des Gasdruckes viel größer als die oben verzeichneten, aber sie waren niemals von irgendwelcher Änderung der Elektronenemission begleitet; auch die Zufuhr von Quecksilberdampf unter seinem Druck bei Zimmertemperatur (ungefähr 0,001 mm) ruft keine merkliche Änderung der Emission hervor.

Mithin ist kein Raum für die Vorstellung vorhanden, daß die Elektronenemission irgend etwas mit dem Anprall von Gasmolekülen unter den Bedingungen dieser Versuche zu tun hätte.

3. Die Emission ist eine Folge irgendeines Vorgangs, der einen Verbrauch des Wolframs in sich schließt.

Um diese Frage zu prüfen, wurden einige der Lampen abgeschmolzen, nachdem sie in der geschilderten Weise entluftet worden waren. Dann wurden die Fäden erhitzt, so daß sie einen gegebenen konstanten Thermionenstrom lieferten, und diesen ließ ich lange Zeit hindurch fließen. Auf diese Weise bestimmte ich die Gesamtmenge negativer Elektrizität, die von dem Faden ausgesandt wurde. Der Draht war in einen Zweig einer Wheatstoneschen Brückenanordnung eingeschaltet, so daß gleichzeitig der Widerstand verzeichnet werden konnte. Von Zeit zu Zeit wurde auch der Kaltwiderstand kontrolliert.

Bei diesen hohen Temperaturen wächst der Widerstand der Fäden langsam, aber stetig. Diese Zunahme des Widerstands beruht, wie ich glaube, auf Verdampfung des Wolframs. Sie erwies sich für irgendeinen gegebenen Faden als proportional der Erhitzungsdauer, wenn der Thermionenstrom konstant gehalten wurde. Bei einem Faden, der 12 Stunden lang 0,05 Ampere lieferte, betrug die Zunahme des Widerstands des heißen Fadens 9 v. H. Die gleichzeitig auftretende proportionale Zunahme des Kaltwiderstands war etwas geringer, nämlich 7 v. H. Diesen letzteren Wert wird man vermutlich als ein richtiges Maß für die Menge des seitens des Fadens verlorenen Wolframs ansehen können. Die für unseren Fall weniger günstige Widerstandszunahme des heißen Fadens werden wir dagegen bei dem folgenden Versuche betrachten, für den die anderen Daten fehlen.

Ein 3 cm langer Faden lieferte 2,5 Stunden lang beständig eine Elektronenemission von 0,099 Ampere. Der Widerstand im heißen Zustande stieg in willkürlichen Einheiten von 4773 auf 4787. Die Anzahl der Wolframatome, die der Faden in dieser Zeit verlor, betrug $5{,}66 \times 10^{15}$. Die Masse der bei diesem Versuch ausgesandten Elektronen war mithin sehr nahezu gleich dem Dreifachen der Masse des von dem Faden verlorenen Wolframs.

Diese Röhre lieferte im ganzen 6 Stunden lang eine durchschnittliche Elektronenemission von 0,1 Ampere. Während dieser Zeit war die Masse der ausgesandten Elektronen nahezu 2 v. H. der Masse des Wolframfadens. Die Röhre ging durch einen Zufall entzwei: der Faden wurde allmählich deformiert, bis er die Kupferelektrode berührte und riß. Ich prüfte dann die Härte der Röhre mit einem Induktor und ermittelte die äquivalente Funkenstrecke zu 3,3 cm. Die Entladung, die durch die Röhre ging, erzeugte eine hellgrüne Fluoreszenz an dem Glas ringsum den negativen Draht, aber es war kein Anzeichen eines Glimmlichtes oder des matten purpurnen Hauches vorhanden, den man erhält, wenn in derartigen Röhren Gasspuren anwesend sind. Mithin ist selbst dann keine merkliche Gasansammlung vorhanden, wenn man die Fäden lange Zeit hindurch fortgesetzt starke Thermionenströme aussenden läßt.

Eine andere Röhre mit einem 2,7 cm langen Draht, der 0,050 Ampere lieferte, verlor nach Messungen der Änderung des Kaltwiderstands in 12 Stunden $1{,}19 \times 10^{17}$ Wolframatome. Die auf jedes verlorene Wolframatom ausgesandte Anzahl Elektronen war demnach $1{,}13 \times 10^5$, und die Masse der ausgesandten Elektronen betrug etwa ein Drittel der Masse des verlorenen Wolframs. Diese Röhre war im ganzen ungefähr 23 Stunden im Betrieb und lieferte dabei verschiedene Stromstärken; sie versagte

schließlich infolge des örtlichen Materialverlusts in der Nähe des einen Endes, der durch Verspritzen oder Verdampfen hervorgerufen worden war. Örtliche Überhitzung tritt bei diesen Versuchen sehr leicht auf, weil der thermionische Verlust bewirkt, daß der Heizstrom in dem Draht am einen Ende stärker ist als am andern. Die Masse sämtlicher von diesem Faden ausgesandten Elektronen betrug 4 v. H. seiner Gesamtmasse. Unter einem schwach vergrößernden Mikroskop schien der Faden nicht sehr verändert zu sein, außer in dem Gebiete, wo er durchgebrannt war; hier war er nämlich viel dünner als anderswo.

Es liegt kein bekannter Grund vor, zu glauben, daß der Verlust an Wolfram auf irgendeiner tieferen Ursache beruhe als auf Verdampfung. Jedenfalls aber beweist der Umstand, daß die Masse der emittierten Elektronen unter günstigen Umständen die Masse des verlorenen Wolframs übersteigen kann, daß der Verlust von Wolfram nicht die Ursache der Elektronenemission ist.

4. Der einzige übrige, noch nicht erörterte Vorgang ähnlicher Art wie die bereits besprochenen ist die einfache Möglichkeit, daß die Emission auf der Wechselwirkung zwischen dem Wolfram und irgendeinem unbekannten kondensierbaren Dampf beruht, der das Mac Leod-Manometer nicht beeinflußt. Diese Möglichkeit wird durch die Tatsache ausgeschlossen, daß der Thermionenstrom nicht verändert wird, wenn man die flüssige Luft und die Holzkohle entfernt und den Dampf sich in der Röhre ansammeln läßt, sowie durch die Tatsache, daß sehr beträchtliche Änderungen in der Menge und der Natur der anwesenden Gase (zum Beispiel durch Zulassen von Quecksilberdampf) keinen Einfluß auf die Emission haben.

Nehmen wir diese Versuche zusammen, so beweisen sie, daß die Emission von Elektronen weder durch irgendeine Wechselwirkung zwischen dem heißen Faden und umgebenden Gasen oder Dämpfen entstehen kann, noch durch irgendeinen Vorgang, der einen Verbrauch des Materials des Fadens in sich schließt. Es folgt somit, daß die Emission von Elektronen seitens heißen Wolframs kein chemischer Vorgang ist, sondern ein physikalischer. Wir haben nun keinerlei Anlaß zu der Annahme, daß Wolfram diese Erscheinung nicht in typischer Form zeige. Diese Schlußfolgerung schließt die Möglichkeit nicht aus, daß unter anderen Umständen Elektronen von Metallen unter dem Einfluß verschiedener chemischer Reagentien ausgesandt werden können, eine Erscheinung, die, wie wir erwarten dürfen, dasselbe Gesetz der Abhängigkeit von der Temperatur zeigen wird. Diese Schlußfolgerung enthält aber eine Ablehnung der Behauptung, daß diese Emission ausnahmslos durch Vorgänge verursacht wird, welche Veränderungen in der Zusammensetzung des Materials in sich schließen.

Die Versuche zeigen ferner, daß die Elektronen weder aus dem Wolfram noch aus dem umgebenden Gase heraus erzeugt werden. Es folgt daraus, daß sie von äußeren Punkten des Stromkreises her in das Wolfram hineinströmen. Die Versuche liefern somit einen direkten experimentellen Beweis für die Elektronentheorie der Leitung in Metallen.

Ich möchte dankbar der Hilfe gedenken, die mir Herr K. K. Smith, Instruktor am hiesigen Laboratorium, bei der Herstellung der Röhren und bei der Ausführung eines Teiles der Messungen geleistet hat. Herr Smith und ich sind mit einer eingehenderen quantitativen Untersuchung der Elektronenemission aus Wolfram beschäftigt, deren Ergebnisse wir bald zu veröffentlichen hoffen. Ferner möchte ich den Herren Dr. W. R. Whitney und Dr. J. Langmuir von der General Electric Company danken, die mir die Proben von duktilem Wolfram zur Verfügung gestellt haben und mir überdies durch ihre unschätzbaren Ratschläge aus dem Schatze ihrer Erfahrungen Nutzen zu ziehen gestatteten.

Princeton, N. J., Palmer Physical Laboratory.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 30. Juni 1913.)

Über die elektrische Elementarladung und die Avogadrosche Konstante.
(On the Elementary Electrical Charge and the Avogadro Constant.)

Von R. A. Millikan.

I. Einleitung.

Die Versuche, über die hier berichtet werden soll, wurden zu dem Zwecke unternommen, in die Öltropfenmethode[1]) zur Bestimmung von e und N gewisse Verbesserungen einzuführen und somit eine größere Genauigkeit zu erreichen, als bisher bei der Auswertung dieser höchst grundlegenden Konstanten möglich gewesen war.

Bei den ursprünglichen nach dieser Methode angestellten Beobachtungen hatte sich solch ausgezeichnete Übereinstimmung zwischen den aus

1) Phys. Rev. **32**, 349—397, 1911. (Weiterhin als „a. a. O." angeführt); siehe auch diese Zeitschr. **11**, 1097, 1910.

verschiedenen Messungen abgeleiteten Werten von e ergeben[1]), daß etwa vorhandene merkliche Fehler offenbar in den konstanten Faktoren gesucht werden mußten, die in die Endformeln eingehen, und nicht in Ungenauigkeiten bei den Ablesungen oder in Unregelmäßigkeiten im Verhalten der Tropfen. Ich begann demgemäß vor etwa drei Jahren eine systematische Neubestimmung aller dieser Konstanten. Die relative Bedeutung der einzelnen Faktoren wird aus der nachstehenden Übersicht hervorgehen.

Die Öltropfenmethode beruhte, wie nunmehr allbekannt ist, ursprünglich auf der Annahme des Stokesschen Gesetzes und lieferte die Ladung e auf einem gegebenen Tropfen durch die Gleichung

$$e_n = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{9\,\eta}{2}\right)^{3/2}\left(\frac{1}{g\,(\sigma-\varrho)}\right)^{1/2}\frac{(v_1+v_2)\,v_1^{1/2}}{F}, \quad (1)$$

in welcher η der Koeffizient der inneren Reibung der Luft, σ die Dichte des Öls, ϱ die Dichte der Luft, v_1 die Geschwindigkeit des Abstiegs des Tropfens unter dem Einfluß der Schwere, v_2 die Geschwindigkeit seines Aufstiegs unter dem Einfluß eines elektrischen Feldes mit der Feldstärke F ist.

Das wesentliche Merkmal der Methode bestand darin, daß die Ladung auf einem gegebenen Tropfen durch das Auffangen von Ionen aus der Luft zu wiederholten Malen verändert und somit eine Reihe von Ladungen für jeden einzelnen Tropfen erhalten wurde. Diese Ladungen zeigten unter allen Versuchsbedingungen ein sehr genaues multiples Verhältnis, ein Umstand, der ganz unmittelbar die Atomstruktur der elektrischen Ladung bewies. Wenn das Stokessche Gesetz richtig wäre, hätte der größte gemeinschaftliche Teiler dieser Reihe von Ladungen der absolute Wert der elektrischen Elementarladung sein müssen. Der Umstand jedoch, daß dieser größte gemeinschaftliche Teiler sich bei Verwendung von Tropfen verschiedener Größe nicht als eine Konstante erwies, zeigte, daß das Stokessche Gesetz versagt, wenn der Durchmesser eines Tropfens beginnt, sich der Größenordnung der mittleren freien Weglänge eines Gasmoleküls zu nähern. Infolgedessen wurde die nachstehende korrigierte Form des Stokesschen Gesetzes für die Geschwindigkeit eines unter dem Einfluß der Schwerkraft fallenden Tropfens vorgeschlagen:

$$v_1 = \frac{2}{9}\frac{g\,a^2\,(\sigma-\varrho)}{\eta}\left(1+A\,\frac{l}{a}\right); \quad (2)$$

hier ist a der Halbmesser des Tropfens, l die mittlere freie Weglänge eines Gasmoleküls und A eine unbestimmte Konstante. Es muß ganz besonders betont werden, daß das Glied in der Klammer ausdrücklich nur als ein Korrektionsglied erster Ordnung für l/a eingesetzt wurde und keinerlei theoretische Annahmen irgendwelcher Art enthielt; ferner daß die Konstante A empirisch bestimmt wurde, und zwar unter Verwendung nur kleiner Werte von l/a, und daß die erhaltenen Werte für e und N daher genau so zuverlässig waren wie die Beobachtungen selbst. Dieser Umstand ist bei Kritiken der Ergebnisse der Öltropfenmethode wiederholt übersehen worden.

Nennen wir nun e_1 den größten gemeinschaftlichen Teiler aller einzelnen Werte von e_n, die in einer Reihe von Beobachtungen an einem gegebenen Tropfen gefunden wurden, so ergab sich aus der Kombination der Gleichungen (1) und (2) die Gleichung:

$$e\left(1+A\,\frac{l}{a}\right)^{3/2} = e_1, \quad (3)$$

oder:

$$e = \frac{e_1}{\left(1+A\,\frac{l}{a}\right)^{3/2}}. \quad (4)$$

Aus dieser Gleichung nun wurde e gewonnen, nachdem A mit Hilfe eines graphischen Verfahrens gefunden worden war, das wir sogleich eingehender betrachten wollen.

Die Faktoren, welche in die Bestimmung von e eingehen, sind mithin:

1. der Dichtefaktor . . . . . $\sigma-\varrho$,
2. die elektrische Feldstärke . . . . . F,
3. die innere Reibung der Luft . . . η,
4. die Geschwindigkeiten . . . . . v_1 und v_2,
5. der Halbmesser des Tropfens . . . a,
6. die Konstante des Korrektionsgliedes A.

Was die beiden ersten dieser Faktoren betrifft, so brauchen wir über sie nicht viel zu sagen, es sei denn, daß die Frage aufgeworfen würde, ob die Dichte so winziger Öltröpfchen nicht vielleicht eine Funktion des Halbmessers ist. Diese Frage wird sowohl von der Theorie[1]) als auch von den in der vorliegenden Arbeit mitgeteilten Versuchen bündig in verneinendem Sinne beantwortet.

Ich habe ursprünglich flüssige Kugeln gewählt, und nicht feste, weil sich ihre Dichte und ihre Kugelform mit weit größerer Sicherheit feststellen ließ. Immerhin benutzte ich ursprünglich Flüssigkeiten von sehr verschiedener Viskosität [leichtes Öl, Glyzerin, Quecksilber[2])] und erhielt mit allen dieselben Ergebnisse; da-

1) a. a. O., S. 384.

1) Vgl. die ausführlichere Veröffentlichung „The Elementary Electrical Charge etc.", Phys. Rev. 1913.

2) Vgl. Phys. Rev. 1913.

durch ist experimentell dargetan, daß, soweit dieser Versuch in Frage kam, die Tropfen alle wie starre Kugeln wirkten. Der vollständigste Beweis für diese Schlußfolgerung wird sowohl durch die nachstehende Arbeit erbracht, als auch durch andere sorgfältige Untersuchungen mit Wachskugeln, über die Herr Lee demnächst ausführlich berichten wird, und durch die bündig erwiesen wird, daß feste und flüssige Tropfen identische Werte von e liefern[1]).

Das Material, das bei den nachstehenden Versuchen für die Tropfen benutzt worden ist, war feinstes Klauenöl, dessen Dichte bei 23°C, der Temperatur, bei der die Versuche ausgeführt wurden, bei zwei um vier Monate auseinanderliegenden Bestimmungen zu 0,9199 mit einem Fehler von nicht mehr als $^1/_{10000}$ gefunden wurde.

Die elektrischen Felder wurden durch eine Sammlerbatterie von 5300 Volt erzeugt, deren Spannung während einer Beobachtung von der Dauer einer Stunde im Durchschnitt um 5 bis 10 Volt sank. Die Spannungsablesungen wurden unmittelbar vor und unmittelbar nach jeder Reihe von Beobachtungen an einem gegebenen Tropfen folgendermaßen vorgenommen: Die Batterie wurde in sechs Teile geteilt, und die Potentialdifferenz jedes Teils wurde an einem Kelvin- und Whiteschen elektrostatischen Voltmeter für 900 Volt abgelesen. Dieses Instrument wies eine bemerkenswerte Konstanz auf und konnte in diesem Teile der Skala leicht mit einer Genauigkeit von etwa 1:2000 abgelesen werden. Dieses Instrument wurde durch Vergleichung mit einem Laboratoriums-Normalvoltmeter von Weston für 750 Volt geeicht, das laut Eichschein auf $^1/_{10}$ v. H. richtig war und, wie sich durch Vergleichung mit einem im Bureau of Standards zu Washington geeichten Instrument ergab, diese Genauigkeit auch tatsächlich hatte. Die Ablesungen der Potentialdifferenz dürften daher in keinem Falle einen Fehler von mehr als $^1/_{1000}$ enthalten. Tatsächlich unterschieden sich Ablesungen von 5000 Volt, die mit Hilfe zweier in einem Abstande von zwei Jahren aufgenommener Eichkurven des Kelvin- und Whiteschen Instruments vorgenommen wurden, niemals um mehr als 1 bis 2 Fünftausendstel.

In den Wert von F geht außer der Potentialdifferenz der Abstand zwischen den Platten ein, der, wie früher, 16,00 mm betrug und bis auf ungefähr 0,01 mm genau war[2]). Über die beiden ersten der obengenannten Faktoren braucht sonst nichts mehr gesagt zu werden. Die vier letzten erfordern hingegen eine besondere Betrachtung.

1) Hadamard (C. R. 1911) zeigt theoretisch, daß dies der Fall sein muß.

2) a. a. O., S. 351.

II. Der Koeffizient der inneren Reibung der Luft.

Dieser Faktor führt sicherlich eine ebenso große Unsicherheit ein, wie sie sonst der Öltropfenmethode irgendwo anhaftet. Da er in der Gleichung (1) mit dem Exponenten $^3/_2$ erscheint, so bedeutet eine Unsicherheit von η um 0,5 v. H. eine Unsicherheit von e um 0,75 v. H. Es war daher von äußerster Wichtigkeit, η mit aller erdenklichen Genauigkeit zu bestimmen. Demgemäß wurden vor drei Jahren im Ryersonlaboratorium zwei neue Bestimmungen in Angriff genommen, und zwar die eine von Herrn Lachlan Gilchrist, die andere von Herrn I. M. Rapp. Herr Gilchrist, dessen Arbeit bereits veröffentlicht worden ist[1]), benutzte eine Methode konstanter Ablenkung (mit konzentrischen Zylindern), die der Schätzung nach[2]) die Unsicherheit von η auf 1 bis 2 v. T. herabsetzen mußte. Die Ergebnisse haben die Richtigkeit dieser Schätzung dargetan. Herr Rapp benutzte eine Form der Kapillarröhrenmethode, die, wie angenommen wurde, für eine absolute Bestimmung von η besser geeignet war, als die bisher allgemein gebräuchlichen Anordnungen mit Kapillarröhren[3]). Herr Rapp schätzt seine größte Unsicherheit auf 0,1 v. H., Herr Gilchrist seine auf 0,2 v. H. Herr Rapp führte seine Untersuchung bei 26°C aus, und es ergab sich $\eta_{26} = 0{,}00018375$. Reduziert man diesen Wert auf die bei der nachstehenden Untersuchung benutzte Temperatur von 23°C mit Hilfe der Formel (5) — einer Formel[4]), die in dem hier benutzten Temperaturbereich sicherlich keinen merklichen Fehler hineinbringen kann —, nämlich der Formel

$$\eta_t = 0{,}00018240 - 0{,}000000493\,(23 - t), \quad (5)$$

so ergibt sich:

$$\eta_{23} = 0{,}00018227.$$

Die Arbeit des Herrn Gilchrist wurde bei 20,2°C ausgeführt und ergab $\eta_{20{,}2} = 0{,}0001812$. Reduziert man diesen Wert auf 23°C, so ergibt sich

$$\eta_{23} = 0{,}00018257.$$

Wenn man diese neuen Untersuchungen, die nach ganz verschiedenen Methoden ausgeführt worden sind, mit den besten vorhan-

1) Lachlan Gilchrist, Phys. Rev. (2) **1**, 124, 1913.

2) a. a. O., S. 386.

3) Diese Untersuchung wird demnächst ausführlich veröffentlicht werden (siehe Phys. Rev. 1913). Ich werde deshalb hier nur die Ergebnisse zusammenstellen, die für das vorliegende Problem erforderlich sind.

4) Siehe wegen einer ausführlicheren Erörterung dieser und anderer Formeln und Messungen der inneren Reibung R. A. Millikan, Ann. d. Phys. (4) **41**, 759, 1913.

denen Bestimmungen nach noch anderen Verfahren vergleicht, so ist die Übereinstimmung überaus auffällig. Die nachstehende Tabelle enthält die fünf sorgfältigsten Bestimmungen der inneren Reibung der Luft, die, soweit ich habe feststellen können, je gemacht worden sind.

Tabelle I.

Luft	$\eta_{23} = 0{,}00018227$	Rapp; Kapillarmethode, 1913.
„	$\eta_{23} = 0{,}00018257$	Gilchrist; Methode konstanter Ablenkung, 1913.
„	$\eta_{23} = 0{,}00018229$	Hogg[1]; Methode der Dämpfung eines schwingenden Zylinders, 1905.
„	$\eta_{23} = 0{,}00018258$	Tomlinson[2]; Methode der Dämpfung von Pendelschwingungen, 1886.
„	$\eta_{23} = 0{,}00018232$	Grindley und Gibson[3]; Methode des Fließens durch eine weite Röhre, 1908.
	Mittelwert 0,00018240	

Es erhellt mithin, daß jede der fünf verschiedenen Methoden, die zur absoluten Bestimmung von η benutzt worden sind, zu einem Werte führt, der sich von dem vorstehenden Mittelwerte $\eta_{23} = 0{,}00018240$ um weniger als 1 v. T. unterscheidet. Wir sind demnach sicherlich zu dem Schlusse berechtigt, daß der absolute Wert von η für Luft nunmehr mit einer Ungenauigkeit von etwas weniger als 1 v. T. bekannt ist.

Eine zweite Frage, die man hinsichtlich der Größe η erheben könnte, ist die, ob das Medium der Bewegung eines stark geladenen Tropfens durch es hindurch genau denselben Widerstand entgegensetzt, wie der Bewegung eines ungeladenen Tropfens. Diese Frage ist durch die nachstehende Untersuchung sorgfältig erforscht und endgültig in bejahendem Sinne beantwortet worden (vgl. Abschnitt VI und X).

III. Die Geschwindigkeiten v_1 und v_2.

Die Genauigkeit, die bisher bei der Messung der Zeiten für den Aufstieg und den Abstieg zwischen feststehenden Mikrometerfäden erreicht worden war, war durchaus befriedigend, aber das Verfahren, das zur Auffindung der Vergrößerung des optischen Systems, d. h. zur Ermittelung der wirklichen Fallstrecke des Tropfens in Zentimetern, angewandt werden mußte, ließ einiges zu wünschen. Dieses optische System war zuvor ein Fernrohr von kurzer Brennweite von solcher Einstelltiefe, daß es ganz unmöglich war, eine genaue Messung der Entfernung zwischen den Mikrometerfäden dadurch zu erhalten, daß man einfach auf einen Vergleichsmaßstab scharf einstellte, nachdem man unmittelbar zuvor auf einen Tropfen eingestellt hatte. Infolgedessen wurde, wie in der Originalarbeit angegeben ist, der Vergleichsmaßstab genau in derselben Entfernung vom Fernrohr aufgestellt, wie das feine Loch, durch das der Tropfen in das Feld eintrat. Diese Entfernung konnte mit großer Genauigkeit gemessen werden, aber bei diesem Verfahren wird die Annahme gemacht, daß der Tropfen während der ganzen Dauer jeder Beobachtung, die zuweilen mehrere Stunden beträgt, genau in dieser Entfernung bleibt. Wenn aber nur die geringste Abweichung von der Parallelität zwischen der Schwerkraft und den Kraftlinien des elektrischen Feldes vorhanden wäre, würde der Tropfen gezwungen sein, langsam und immer in derselben Richtung, aus dieser Stellung fortzuwandern, und eine Verschiebung von 4 mm genügte, um einen Fehler von 1 v. H. einzuführen. Eine solche Verschiebung könnte vom Beobachter auf keinerlei Weise wahrgenommen werden, wenn sie in der Sehlinie stattfinden würde, denn die Geschwindigkeiten der Tropfen veränderten sich immerhin sehr langsam infolge von Verdampfung, Spannungsabfall der Batterie usw., und eine Änderung der Zeit infolge einer solchen Verschiebung würde durch andere Ursachen einer Änderung vollkommen verschleiert werden. Diese Ungenauigkeitsquelle wurde zur Zeit der früheren Beobachtungen wohl erkannt, und es wurden [illegible] Beginn der jetzt vorliegenden Arbeit Schritte unternommen, um sie zu beseitigen. Sie war tatsächlich für einen Fehler von mehr als einem Prozent verantwortlich.

Ich baute deshalb ein neues optisches System. Dieses bestand aus einem achromatischen Objektiv von 28 mm Apertur und 12,5 cm Brennweite und einem Okular von 12 mm Brennweite. Das ganze System wurde in einem Stativ montiert, das mittels einer horizontalen Schraube von $^1/_2$ mm Ganghöhe als Ganzes hin und her geschoben werden konnte. Bei einer Beobachtung befand sich das Objektiv in 25 cm Abstand von dem Tropfen, auf den es durch Vorrücken oder Zurückziehen des ganzen Fernrohrsystems beständig scharf eingestellt gehalten wurde. Die Einstelltiefe war so gering, daß eine Verschiebung um $^1/_2$ mm das Bild des Tropfens arg verwischte. Das Okular war mit einer Skala mit 80 Horizontalteilstrichen versehen, und der Abstand zwischen den äußersten Teilstrichen dieser Skala (die Fallstrecke bei den folgenden Versuchen) konnte regelmäßig mit einer Genauigkeit von mindestens 1:1000 durch

1) J. L. Hogg, Proc. Amer. Acad. **40**, 18, 611, 1905.
2) Tomlinson, Phil. Trans. **177**, 767, 1886.
3) Grindley and Gibson, Proc. Roy. Soc. (A) **80**, 114, 1908.

scharfes Einstellen auf einen Vergleichsmaßstab (von der Société Genevoise) wieder abgelesen werden. Die Fallstrecke, einer der unsichersten Faktoren der früheren Bestimmung, war also jetzt mit mindestens diesem Genauigkeitsgrade bekannt.

Die Genauigkeit der Zeitbestimmungen kann man auf Grund der verzeichneten Werte beurteilen. Wegen der großen Annehmlichkeit, die ein Instrument mit direkter Ablesung bietet, wurden diese Zeitmessungen alle nicht, wie früher, mit einem Chronographen vorgenommen, sondern mit einem Hippschen Chronoskop, das Ablesungen bis auf 0,002 Sekunden gestattete. Dieses Instrument wurde durch Vergleichung mit der Normaluhr des Ryersonlaboratoriums unter genau denselben Bedingungen geeicht, unter denen es bei den eigentlichen Beobachtungen angewandt wurde.

Unter den möglichen Ungenauigkeiten bei den Bestimmungen der Geschwindigkeit sind auch die Wirkungen einer Verzerrung des Tropfens durch das elektrische Feld zu erwähnen. Eine solche Verzerrung würde die Oberfläche des Tropfens vergrößern, und infolgedessen würde die ihm per Dyne der elektrischen Kraft erteilte Geschwindigkeit nicht dieselbe sein, wie die ihm per Dyne der Schwerkraft erteilte, wenn das Feld ausgeschaltet wäre und der Tropfen Kugelform hätte. Die nachstehenden Versuche wurden so angestellt, daß sie einen derartigen Einfluß erkennen lassen würden, falls er genügend groß sein würde, um auf die Genauigkeit der Bestimmung von e nach dieser Methode irgendwie einzuwirken (vgl. Abschnitt VI und X).

IV. Der Halbmesser „a".

Der Halbmesser des Tropfens geht nur in das Korrektionsglied ein [siehe Gleichung (4)] und braucht, solange dieses klein ist, nicht mit einem hohen Genauigkeitsgrade bestimmt zu werden. Man erhält ihn am leichtesten nach folgendem Verfahren, das ein wenig von dem ursprünglich angewandten[1]) abweicht.

Wie ersichtlich, enthält die Gleichung[2])

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{mg}{Fe - mg} \tag{6}$$

keine Annahme irgendwelcher Art, außer der, daß sich ein gegebener Körper durch ein gegebenes Medium mit einer Geschwindigkeit bewegt, die der auf ihn wirkenden Kraft proportional ist. Setzen wir in diese Gleichung den Wert für m

$$m = \frac{4}{3}\pi a^3 (\sigma - \varrho)$$

ein, und lösen wir die so entstehende Gleichung nach a auf, so ergibt sich

$$a = \sqrt[3]{\frac{3Fe}{4\pi g(\sigma-\varrho)} \cdot \frac{v_1}{v_1 + v_2}}. \tag{7}$$

Wenn man in diese Gleichung einen annähernd richtigen Wert für e einsetzt, so ergibt sich a mit einem Fehler, der nur $^1/_3$ so groß ist, wie der in dem angenommenen Werte von e enthaltene. Der Halbmesser des Tropfens kann dann aus Gleichung (7) mit einem sehr hohen Genauigkeitsgrade bestimmt werden, wenn wir e nach und nach genauer kennen lernen. In der nachstehenden Arbeit war der Wert von e, der in die Gleichung (7) eingesetzt wurde, um a zu erhalten, $4{,}78 \cdot 10^{-10}$, aber der erhaltene Endwert von e würde nicht merklich abweichend ausgefallen sein, wenn der Wert, der in Gleichung (7) eingesetzt wurde, um a zu erhalten, um 5 bis 6 v. H. fehlerhaft gewesen wäre. Die Bestimmung von a bringt mithin keinen merklichen Fehler in die Bestimmung von e hinein.

V. Die Konstante A des Korrektionsgliedes.

Diese Konstante wurde früher in der Weise graphisch bestimmt[1]), daß man die Werte von $e_1^{2/3}$ als Ordinaten und die von l/a als Abszissen auftrug und beachtete, daß man, wenn man $x = l/a$, $y = e_1^{2/3}$ und $y_0 = e^{2/3}$ setzt, die Gleichung (3) in der Form

$$y_0(1 + Ax) = y \tag{8}$$

oder

$$A = \frac{dy/dx}{y_0} = \frac{\text{Neigung}}{\text{Abschnitt der } y\text{-Achse}} \tag{9}$$

schreiben kann. Wenn nun selbst die Neigung durch die früheren Beobachtungen genau bestimmt wäre, würden dennoch alle die vorstehend genannten Fehlerquellen in den Wert des Abschnitts eingehen und dadurch den Wert von A beeinflussen.

In Wirklichkeit ließ sich jedoch die Genauigkeit, mit der die Neigung selbst bestimmt wurde, sehr verbessern, denn bei der früheren Anordnung war es erforderlich, alle Beobachtungen bei Atmosphärendruck zu machen, und die einzige Möglichkeit, l/a zu variieren, war die, a zu variieren, d. h. Tropfen von verschiedenem Halbmesser zu verwenden. Wenn aber a sehr klein war, bewegten sich die Tropfen unter der Einwirkung der Schwerkraft überaus langsam, und der geringste zurückbleibende Konvektionsstrom rief verhältnismäßig große Fehler in den beobach-

1) a. a. O., S. 379.
2) a. a. O., S. 353.

1) a. a. O., S. 379.

teten Geschwindigkeiten, also in den Werten von e_1 hervor. Wenn beispielsweise die Fallzeit für eine Strecke von 2 mm 20 Minuten beträgt, so ist offenbar ein außergewöhnlich hoher Grad von Ruhe in der Luft erforderlich, um eine Verschiebung von etwa 0,2 mm in dieser Zeit infolge von Konvektion zu vermeiden. Aber eine solche Verschiebung würde einen Fehler von 10 v. H. im Werte von v_1 herbeiführen. Überdies bringen bei so langsamen Tropfen Brownsche Bewegungen Fehler hinein, die man nur dadurch eliminieren kann, daß man eine sehr große Anzahl von Ablesungen macht[1]), und das ist bei solchen Tropfen im allgemeinen nicht angängig. Es ist somit ganz unmöglich, wenn man bei einem einzigen Druck arbeitet, aus dem oben erwähnten Diagramm eine Linie zu erhalten, die genügend lang ist[2]), um ihre Neigung mit großer Genauigkeit bestimmen zu können. Demgemäß bewirkte ich bei den neuen Beobachtungen die Änderung von l/a hauptsächlich durch die Veränderung von l, d. h. des Druckes p, und nicht durch die von a. Dadurch wurde nicht nur die genaue Auswertung von e ermöglicht, sondern auch die Lösung der interessanten Frage nach dem Fallgesetz für einen gegebenen Tropfen in Luft unter vermindertem Druck.

VI. Verfahren zur Prüfung der in der Öltropfenmethode enthaltenen Annahmen.

Um das Verfahren bei der Behandlung der nachstehenden Beobachtungen klar zu machen, müssen wir hier kurz die Annahmen betrachten, die der Öltropfenmethode zugrunde liegen. Diese Annahmen lassen sich folgendermaßen ausdrücken:

1. Die Bremswirkung, die das Medium auf einen gegebenen Tropfen ausübt, wird durch seine Ladung nicht beeinflußt.
2. Unter den Beobachtungsbedingungen bewegen sich die Tropfen durch das Medium wesentlich so, wie sich feste Kugeln bewegen würden. Diese Annahme läßt sich in zwei Teile zerlegen und folgendermaßen ausdrücken: Weder **(2a)** durch das elektrische Feld hervorgerufene Verzerrungen, noch **(2b)** innere Konvektion innerhalb des Tropfens beeinflussen das Bewegungsgesetz eines Öltropfens merklich.
3. Die Dichte von Öltröpfchen ist von ihrem Halbmesser, bis hinab zu $a = 0{,}00005$ cm, unabhängig.

Von diesen Annahmen ist **(2a)** die, welche der sorgfältigsten experimentellen Prüfung bedarf[1]). Wie wir sehen werden, ist sie in der Grundgleichung der Methode [s. Gleichung (7)] enthalten, die wir in der Form

$$e_n = \frac{mg}{Fv_1}(v_1 + v_2) \qquad (10)$$

oder noch bequemer in der Form

$$e_n = \frac{mgt_g}{F}\left(\frac{1}{t_g} + \frac{1}{t_F}\right) \qquad (11)$$

schreiben können, wo t_g und t_F die Zeiträume sind, die der Tropfen braucht, um unter dem Einfluß der Schwerkraft die Strecke zwischen den Mikrometerfäden zu durchfallen bzw. unter dem Einfluß des Feldes F um diese Strecke zu steigen.

Um zu sehen, wie sich die in Rede stehende Annahme prüfen läßt, wollen wir die entsprechende Gleichung schreiben, nachdem derselbe Tropfen n' weitere Einheiten aufgenommen hat, nämlich:

$$e_{n+n'} = \frac{mgt_g}{F}\left(\frac{1}{t_g} + \frac{1}{t'_F}\right). \qquad (12)$$

Wir subtrahieren Gleichung (11) von Gleichung (12) und erhalten:

$$e_{n'} = \frac{mgt_g}{F}\left(\frac{1}{t'_F} - \frac{1}{t_F}\right). \qquad (13)$$

Die Gleichungen (11) und (12) zeigen nun, da ja $\frac{mgt_g}{F}$ konstant bleibt, daß, wenn der Tropfen seine Ladung verändert, die aufeinanderfolgenden Werte seiner Ladung proportional den Werten sind, welche die Größe $\left(\frac{1}{t_g} + \frac{1}{t_F}\right)$ nacheinander annimmt, und die Elementarladung ist offenbar eben dieser konstante Faktor $\frac{mgt_g}{F}$, multipliziert mit dem größten gemeinschaftlichen Teiler aller dieser aufeinanderfolgenden Werte. Es ist weiter zu beachten, daß, da $\frac{1}{t_g}$ bei diesen Versuchen im allgemeinen groß gegenüber $\frac{1}{t_F}$ ist, der Wert dieses größten gemeinschaftlichen Teilers, den wir mit $\left(\frac{1}{t_g} + \frac{1}{t_F}\right)_0$ bezeichnen wollen, in erster Linie durch die Fallzeit unter dem Einfluß der Schwerkraft bestimmt wird und nur wenig durch die Zeit der Bewegung im Felde beeinflußt wird. Andererseits zeigt die Gleichung (13), daß der größte gemeinschaftliche Teiler der verschiedenen Werte von $\left(\frac{1}{t'_F} - \frac{1}{t_F}\right)$,

1) Fletcher, Phys. Rev. **33**, 92, 1911.
2) a. a. O., S. 379.

1) Herr Professor Lunn hat sie übrigens einer theoretischen Untersuchung unterworfen und auf diese Weise ihre Gültigkeit erwiesen (Phys. Rev. **35**, 227, 1912).

den wir mit $\left(\frac{1}{t'_F}-\frac{1}{t_F}\right)_0$ bezeichnen wollen, wenn wir ihn mit demselben konstanten Faktor $\frac{mgt_g}{F}$ multiplizieren, ebenfalls die elektrische Elementarladung ist. Mit anderen Worten: $\left(\frac{1}{t_g}+\frac{1}{t_F}\right)_0$ und $\left(\frac{1}{t'_F}-\frac{1}{t_F}\right)_0$ sind eine und dieselbe Größe; während aber der erste Ausdruck wesentlich eine Geschwindigkeitsmessung bei abgeschaltetem Felde darstellt, stellt der zweite eine Geschwindigkeitsmessung in einem kräftigen elektrischen Felde dar. Wenn somit die betrachtete Annahme richtig ist, so haben wir zwei voneinander unabhängige Wege, die Größe zu erhalten, die, mit dem konstanten Faktor $\frac{mgl_g}{F}$ multipliziert, die elektrische Elementarladung ist. Wenn aber andererseits die Verzerrung des Tropfens durch das Feld das Gesetz der Bewegung des Öltropfens durch das Medium beeinflußt, so werden $\left(\frac{1}{t_g}+\frac{1}{t_F}\right)_0$ und $\left(\frac{1}{t'_F}-\frac{1}{t_F}\right)_0$ nicht dieselbe Größe sein. Eine sehr sorgfältige Experimentaluntersuchung der Beziehungen zwischen $\left(\frac{1}{t_g}+\frac{1}{t_F}\right)_0$ und $\left(\frac{1}{t'_F}-\frac{1}{t_F}\right)_0$ zeigt nun eine so vollkommene Übereinstimmung, daß wir keinen Einfluß einer Verzerrung im Sinne einer meßbaren Veränderung des Wertes von e annehmen können[1]) (siehe Tabelle II bis VII).

Wir wenden uns nun der Annahme **1** zu. Diese kann auf dreierlei Weise geprüft werden. Alle diese Möglichkeiten sind mit negativen Ergebnissen versucht worden. Erstens kann man einen Tropfen, der eine bis sechs oder sieben Elementarladungen enthält, vollkommen entladen und seine Fallzeit unter der Wirkung der Schwerkraft messen, wenn er ungeladen ist, und sie mit der Zeit vergleichen, die er braucht, wenn er geladen ist. Zweitens kann man sehr sorgfältig die multiplen Beziehungen untersuchen, die bei den Ladungen auftreten, die der Tropfen nacheinander trägt. Diese Beziehungen können nicht genau gelten, falls der Tropfen, wenn er stark geladen ist, seitens des Mediums eine größere Bremsung erfährt, als wenn er schwach geladen ist. Drittens müßte sich, wenn Tropfen mit sehr verschiedenen Ladungen durch Veränderung des Druckes auf denselben Wert von l/a gebracht werden, der Wert von e_1 [der proportional $(v_1+v_2)_0$ ist] für die stark geladenen Tropfen kleiner ergeben als für die schwach geladenen. Die nachstehenden Beobachtungen zeigen, daß dies nicht der Fall ist.

Das letztgenannte Kriterium liefert auch eine Probe für die Annahme **(2b)**. Wenn nämlich innere Konvektion die Fallgeschwindigkeit eines Tropfens beeinflußt, eine Möglichkeit, die Perrin[1]) annehmen möchte, so muß sie eine immer kleinere Rolle spielen, je mehr der Tropfen an Größe abnimmt; mithin kann eine Veränderung von l/a durch Verringerung von a nicht mit einer Veränderung von l/a durch Vergrößerung von l gleichwertig sein. Mit anderen Worten: Der Wert von e_1, den man auf Grund von Untersuchungen an einem großen Tropfen bei niedrigem Druck erhält, muß von dem Wert verschieden sein, den man aus Untersuchungen an einem kleinen Tropfen bei so hohem Druck erhält, daß l/a denselben Wert hat wie für den großen Tropfen.

Wenn schließlich die Dichte eines kleinen Tropfens größer ist als die eines großen (siehe Annahme **3**), so wird bei einem gegebenen Werte von l/a der kleine Tropfen einen größeren Wert von e_1 aufweisen als der große. Der Umstand, daß bei einem gegebenen Werte von l/a der Wert von e_1 sich tatsächlich als unabhängig vom Halbmesser oder von der Ladung der Tropfen erweist, zeigt mithin bündig, daß entweder keine dieser möglichen Fehlerquellen vorhanden ist, oder daß sie sich gegenseitig ausgleichen, so daß sie für die Zwecke dieses Versuches nicht vorhanden sind. Daß sie überhaupt nicht vorhanden sind, zeigen die oben erwähnten, voneinander unabhängigen theoretischen und experimentellen Untersuchungen. Hiermit ist, wie ich glaube, jede Kritik erledigt, die an der Öltropfenmethode zur Bestimmung von e und N geübt worden ist.

1) Es mag nebenher darauf hingewiesen werden, daß die vorstehende Erörterung ein Verfahren, e zu erhalten, erkennen läßt, das von einer Messung der inneren Reibung unabhängig ist. Man kann nämlich $\left(\frac{1}{t'_F}-\frac{1}{t_F}\right)_0$ für einen Körper erhalten, der schwer genug ist, um auf einer Mikrowage gewogen zu werden. Ein solcher Körper würde so schnell fallen, daß $\left(\frac{1}{t_g}\right)$ nicht gemessen werden könnte; diese Größe könnte jedoch aus den Messungen von $\frac{1}{t'_F}$ und $\frac{1}{t_F}$ und der Gleichung $\left(\frac{1}{t_g}+\frac{1}{t_F}\right)_0=\left(\frac{1}{t'_F}-\frac{1}{t_F}\right)_0$ ermittelt werden. Man könnte dann entweder Gleichung (12) oder Gleichung (13) nach e auflösen, nachdem man zuvor m durch direkte Wägung bestimmt hätte. Eine Betrachtung der bei diesem Verfahren vorhandenen Fehlerquellen lehrt indessen, daß man es nicht so genau gestalten kann wie das vorliegende, in dem der Koeffizient der inneren Reibung der Luft mit enthalten ist.

1) Perrin, Les Preuves de la Réalité Moléculaire. Rapports et Discussions de la Réunion tenue à Bruxelles, Nov. 1911. Paris, Gauthier-Villars.

VII. Zusammenstellung der Verbesserungen an der Methode.

Um die Übereinstimmung zu erhalten, die in den nachstehenden Beobachtungen zu finden ist, erwies es sich als notwendig, weit sorgfältigere Vorsichtsmaßregeln zur Unterdrückung von Konvektionsströmungen in der Luft der Beobachtungskammer anzuwenden, als anfänglich für erforderlich gehalten worden waren.

Ich fasse daher die Verbesserungen zusammen, die ich bei der Öltropfenmethode eingeführt habe. Sie bestehen in folgendem:

1. einer Neubestimmung von η,
2. einem verbesserten optischen System,
3. einer Anordnung zur Geschwindigkeitsbeobachtung bei allen Drucken,
4. der vollkommeneren Ausschaltung einer Konvektion,
5. dem experimentellen Beweis für die Richtigkeit aller der Methode zugrundeliegenden Annahmen, nämlich
   1. daß eine Ladung die Bremswirkung des Mediums auf den geladenen Körper nicht ändert,
   2. daß die Öltropfen wesentlich wie feste Kugeln wirken,
   3. daß die Dichte der Öltropfen dieselbe ist wie die des Öles in großer Menge.

VIII. Die Versuchsanordnung.

Die Versuchsanordnung ist in Fig. 1 dargestellt. Das Messinggefäß D wurde für Versuche bei allen Drucken bis zu 15 Atmosphären aufwärts gebaut. Da es sich aber bei den vorliegenden Beobachtungen nur um Drucke von 76 cm abwärts handelt, so wurden diese mit einem sehr sorgfältig hergestellten Quecksilbermanometer m gemessen, das bei Atmosphärendruck genau dieselbe Ablesung lieferte wie ein Normalbarometer. Vollkommene Ruhe der Luft zwischen den Kondensatorplatten M und N wurde auf folgende Weise erreicht: Erstens wurden alle von dem Lichtbogen a kommenden Wärmestrahlen mit Hilfe eines 80 cm langen Wassertroges w und eines Kupferchloridtroges[1] d absorbiert, und zweitens wurde das ganze Gefäß D in ein Bad konstanter Temperatur, G, aus Maschinenöl (40 Liter) gesetzt, das im allgemeinen Schwankungen von nicht mehr als 0,02° C während einer Beobachtung zuließ. Dieses Bad konstanter Temperatur erwies sich als wesentlich, wenn eine solche Übereinstimmung der Messungen erhalten werden sollte, wie wir sie weiter unten finden werden. Langes Suchen nach den Ursachen geringer Unregelmäßigkeiten ergab nichts, was so wichtig gewesen wäre wie dieses Bad, und nachdem es eingerichtet worden war, verschwanden sämtliche Unregelmäßigkeiten. Der Zerstäuber A wurde mittels eines Stoßes sorgfältig getrockneter und staubfreier Luft angeblasen, die durch den Hahn e eingeführt wurde. Die Luft in der Umgebung des Tropfens p wurde im Bedarfsfalle mittels Röntgenstrahlen ionisiert, die von X herkamen und leicht durch das Glasfenster g hindurch gingen. Den drei Fenstern g (in der Figur sind nur zwei zu sehen) in dem Messinggefäß D entsprechen natürlich drei Fenster in dem Ebonitstreifen c, der die Kondensatorplatten M und N umgibt. Durch das dritte dieser Fenster, das unter einem Winkel von ungefähr 18° gegen die Linie Xpa und in derselben Horizontalebene angeordnet ist, wird der Öltropfen beobachtet.

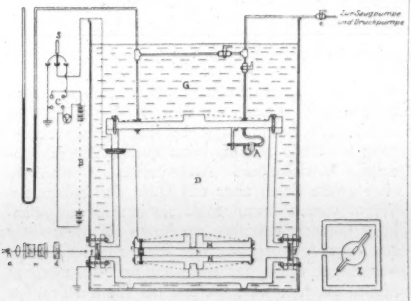


Fig. 1.

IX. Die Beobachtungen.

In Tabelle II ist die Aufzeichnung einer typischen Reihe von Ablesungen an einem gegebenen Tropfen wiedergegeben. Die erste Spalte, mit der Überschrift t_g, gibt die aufeinanderfolgenden Ablesungen der Zeit für den Abstieg unter dem Einfluß der Schwerkraft an. Die dritte Spalte, mit der Überschrift t_{F_c}, gibt die aufeinanderfolgenden Zeiten für den Aufstieg unter dem Einfluß des Feldes F nach Messungen mit dem Hippschen Chronoskop an. Diese beiden Spalten enthalten alle die Angaben, die für die Berechnungen gebraucht wurden. Um aber einen Prüfstein für die Ruhe der Luft zu haben, wurde auch eine Reihe von Ablesungen mit der Stoppuhr für die Zeiten des Aufstiegs durch die erste Hälfte der Aufstiegstrecke und durch die ganze Strecke gemacht. Diese Ablesungen findet man in der zweiten Spalte, und zwar die Zeiten für die erste Hälfte der Strecke

1) Siehe Coblentz, Bull. Bur. Stand. 7, 660, 1911.

Tabelle II. Tropfen Nr. 6*).

t_g sek	$\frac{1}{2}t_{F_s}$ sek	t_{F_s} sek	t_{F_c} sek	$\frac{1}{t_F}$	$\frac{1}{t'_F}-\frac{1}{t_F}$	n'	$\frac{1}{n'}\left(\frac{1}{t'_F}-\frac{1}{t_F}\right)$	n	$\frac{1}{n}\left(\frac{1}{t_g}+\frac{1}{t_F}\right)$
11,848	39,9	80,2	80,708	0,01236				18	0,005366
11,890	11,2	22,4	22,366		0,03234	6	0,005390		
11,908			22,330	04470				24	005371
11,924	11,2	22,4	22,368		03751	7	005358		
11,882	70,6	140,4	140,565	007192				17	005375
11,906	39,9	79,6	79,600	01254	005348	1	005348	18	005374
11,838			34,748						
11,816			34,762	02870	01616	3	005387	21	005376
11,776			34,846						
11,840			29,286					22	005379
11,904	14,6	29,3	29,236	03414					
11,870	69,3	137,4	137,308	007268	026872	5	005375	17	005380
11,952	17,6	34,9	34,638	02884	021572	4	005393	21	005382
11,860									
11,846			22,104	04507	01623	3	005410	24	005386
11,912			22,268		04307	8	005384		
11,910			500,1	002000				16	005387
11,918			19,704	05079	04879	9	005421	25	005399
11,870			19,668		03874	7	005401		
11,888			77,630	01285				18	005390
11,894	38,0	77,6	77,806		01079	2	005395	20	005392
11,878	21,0	42,6	42,302	02364					
11,880					Mittelwerte		0,005386		0,005384

Dauer des Versuchs = 45 Minuten
Plattenabstand = 16 mm
Fallstrecke = 10,21 mm
Anfangsspannung (V_i) = 5088,8 Volt
Endspannung (V_f) = 5081,2 Volt
Temperatur (t) = 22,82° C
Druck (p) = 75,62 cm
Dichte des Öls = 0,9199
Innere Reibung d. Luft = $1{,}824 \times 10^{-7}$
Halbmesser a = 0,000276 cm
Freie Weglänge l/a = 0,034
Fallgeschwindigkeit = 0,08584 $\frac{\text{cm}}{\text{sek}}$

$$\epsilon_1 = \underline{4{,}991 \times 10^{-10}}$$

*) In dieser Tabelle, sowie in allen folgenden, wurden die Berechnungen unter Zugrundelegung des Wertes $\eta_{23} = 1825 \cdot 10^{-7}$ statt des Wertes $\eta_{23} = 1824 \cdot 10^{-7}$ ausgeführt (vgl. Abschnitt II). Die Reduktion auf den letztgenannten Wert ist nur bei dem Endwert von e vorgenommen worden (siehe Abschnitt X).

unter der Überschrift $\frac{1}{2}t_{F_s}$, und die Zeiten für die ganze Strecke unter der Überschrift t_{F_c}. Wie aus diesen Ablesungen zu ersehen ist, liegt keinerlei Anzeichen für eine Konvektion vor, denn die Ablesungen für die eine halbe Strecke haben innerhalb der Fehlergrenzen einer Messung mit der Stoppuhr durchgehends einen halb so großen Wert, wie die Ablesungen für die ganze Strecke. Derartige Kontrollmessungen wurden an der Mehrzahl der Tropfen ausgeführt; da aber von diesen Stoppuhrablesungen weiter kein Gebrauch gemacht worden ist, werde ich sie in den folgenden Tabellen nicht angeben.

Die vierte Spalte, mit der Überschrift $\frac{1}{t_F}$, enthält die reziproken Werte der Zahlen aus der dritten Spalte nach Anbringung der Chronoskopkorrektionen. Die fünfte Spalte enthält die aufeinanderfolgenden Differenzen in den Werten von $\frac{1}{t_F}$, die von der Aufnahme von Ionen herrühren. Die sechste Spalte, mit der Überschrift n', enthält die Anzahl der bei jeder Änderung aufgenommenen Elementareinheiten, eine Anzahl, die einfach durch Beobachtung der Zahl bestimmt worden ist, durch die man die gerade davorstehende Größe in der fünften Spalte dividieren muß, um die Konstanz zu erhalten, welche die siebente, die Reihe der Bestimmungen von $\left(\frac{1}{t'_F}-\frac{1}{t_F}\right)_0$ enthaltende Spalte aufweist (siehe Abschnitt VI). In ähnlicher Weise gibt die achte Spalte, mit der Überschrift n, die Gesamtzahl der Einheitsladungen auf dem Tropfen an, eine Zahl, die genau in derselben Weise bestimmt worden ist wie die Zahlen in der sechsten Spalte, und zwar durch Beobachtung der Zahlen, durch die die Reihe der Werte von $\left(\frac{1}{t_g}+\frac{1}{t_F}\right)$ dividiert werden muß, um die Konstanz zu erhalten, wie sie die neunte Spalte mit der Reihe der Werte von $\left(\frac{1}{t_g}+\frac{1}{t_F}\right)_0$ aufweist. Da n' stets eine kleine Zahl ist und bei manchen Änderungen fast immer den Wert 1 oder 2 hat, so bildet ihre Bestimmung bei irgendeiner Änderung offenbar niemals eine Quelle für die geringste Unsicherheit. Andererseits ist n häufig eine große Zahl; aber mit Hilfe der bekannten Werte von n' kann man sie immer mit absoluter Sicherheit finden, so lange sie nicht über etwa 150 hinausgeht. Wie man aus den Mittelwerten am Fuße der siebenten und der neunten Spalte ersehen wird, liefern bei diesem Tropfen die beiden im Abschnitt VI erörterten Wege

zur Erlangung der Zahl, die mit $\frac{mgt_g}{F}$ multipliziert die elektrische Elementarladung ist, absolut identische Ergebnisse.

In den Tabellen II bis VII sind ein paar typische Beobachtungsprotokolle für verschiedene Drucke (siehe „p" in der letzten Spalte) und für Tropfen verschiedener Größe wiedergegeben.

Tabelle VIII enthält eine vollständige Zusammenstellung der Ergebnisse, die ich an sämtlichen 58 verschiedenen Tropfen erhalten

Tabelle III. Tropfen Nr. 42.

t_g	t_F	n'	$\frac{1}{n'}\left(\frac{1}{t_F}-\frac{1}{t_g}\right)$	n	$\frac{1}{n}\left(\frac{1}{t_g}+\frac{1}{t_F}\right)$	
18,360						
18,362						
18,328	45,378			11	0,006960	V_i = 4240 Volt
18,444	45,208	6	0,007027			V_f = 4236 Volt
18,442	15,574			17	006983	t = 22,94° C
18,330	17,468	6	007011	16	006983	p = 15,72 cm
18,330	66,0—			10	006965	v_1 = 0,05564 $\frac{\text{cm}}{\text{sek}}$
18,428	66,020	1	006993			a = 0,0002060 cm
18,174	122,6—	2	006951	9	006962	l/a = 0,2210
18,388	45,414					e_1 = **6,244 × 10⁻¹⁰**
18,392	45,282			11	006960	
18,240	45,110					
18,314	45,282	2	006911			
18,324	121,6 —			9	006971	
18,312	121,2—					
18,390						
18,347			**0,006978**		**0,006969**	

Tabelle IV. Tropfen Nr. 46.

25,856	10,334			19	0,007121	
25,946	10,342	10	0,007086			
25,890	38,004	1	007195	9	007159	
25,876	53,450	3	007152	8	007154	
25,818	24,906			11	007152	
25,934	30,248					V_i = 3406 Volt
25,956	30,016	3	007183	10	007172	V_f = 3396 Volt
25,876	18,282			13	007174	t = 22,81° C
26,064	16,216			14	007159	p = 14,68 cm
26,018	24,860			11	007161	v_1 = 0,03937 $\frac{\text{cm}}{\text{sek}}$
25,902	21,062	2	007155	12	007168	a = 0,0001690 cm
25,860	30,126	2	007155	10	007171	l/a = 0,2886
25,930	20,884					e_1 = **6,719 × 10⁻¹⁰**
25,994	21,130					
25,814	21,174	5	007170			
26,012	85,922	1	007198	7	007167	
25,904	226,6—	1	007148	6	007159	
25,802	86,368			7	007174	
25,918	86,406					
25,816						
25,909			**0,007160**		**0,007161**	

Tabelle V. Tropfen Nr. 53.

33,432	28,494			10	0,006491	V_i = 2463 Volt
33,346	28,624	2	0,006501			V_f = 2440,2 Volt
33,172	20,806			12	006493	t = 23,16° C
33,310	20,832	3	006503			p = 12,61 cm
33,380	35,032	1	006490	9	006491	v_1 = 0,03055 cm/sek
33,306	28,548	4	006505	10	006491	a = 0,0001439 cm
33,346	111,244	1	006471	6	006482	l/a = 0,3945
33,328	400,0—	1	006436	5	006485	e_1 = **7,450 × 10⁻¹⁰**
33,684	111,706			6	006475	
33,484						
33,379			**0,006484**		**0,006487**	

Tabelle VI. Tropfen Nr. 56.

t_g	t_F	n'	$\frac{1}{n'}\left(\frac{1}{t'_F}-\frac{1}{t_F}\right)$	n	$\frac{1}{n}\left(\frac{1}{t_g}+\frac{1}{t_F}\right)$	
5,092	19,480					
5,010	19,356			136	0,001837	
5,082	19,374					
5,044	19,202					
—	19,214			127	001832	
—	19,022					
5,044	28,686					
5,030	38,688			122	001839	V_i = 1701 Volt
—	38,620					V_f = 1699 Volt
5,066	75,136	7	0,001786			t = 23,21° C
5,120	73,752			117	001811	p = 4,46 cm
5,046	72,758					v_1 = 0,20256 cm/sek
5,128	33,034	9	001837	126	001814	a = 0,0003653 cm
4,912	32,788					l/a = 0,4396
5,036	39,956			123	001814	e_1 = **7,777 × 10^{-10}**
5,080	46,760			121	001814	
5,122	80,820	5	001796	116	001816	
5,058	80,152					
▲		3	001877			
Korrigiert auf	55,206	6	001823	119	001810	
▼	34,398			125	001818	
5,039			**0,001824**		**0,001821**	

Tabelle VII. Tropfen Nr. 52.

50,304						V_i = 3362 Volt
50,442	44,44	1	0,010515	4	0,010566	V_f = 3340 Volt
50,416	30,254			5	010556	t = 22,98° C
50,770	30,326					p = 16,95 cm
50,178	22,904			6	010575	v_1 = 0,020216 cm/sek
50,456	30,396	2	01047	5	010532	a = 0,0001183 cm
50,400	83,716	1	010664	3	010573	l/a = 0,3568
50,118	799,0			2	010528	e_1 = **7,210 × 10^{-10}**
▲						
50,400			**0,01055**		**0,010555**	

habe, an denen ich während eines Zeitraumes von 60 Tagen hintereinander vollständige Beobachtungsreihen nach Art der vorstehenden ausgeführt habe. Wie aus dieser Tabelle ersichtlich werden wird, stellen diese Beobachtungen eine Änderung von l/a auf das 30fache dar (von 0,016 bei Tropfen Nr. 1 auf 0,444 bei Tropfen Nr. 58), eine Änderung von p auf das 17fache (von 4,46 cm bei Tropfen Nr. 56 auf 76,27 cm bei Tropfen Nr. 10), eine Änderung von a auf das 12fache (von $4{,}69 \times 10^{-5}$ cm bei Tropfen Nr. 28 auf $58{,}56 \times 10^{-5}$ cm bei Tropfen Nr. 1) und eine Änderung in der Anzahl der vom Tropfen getragenen freien Elektronen von 1 bei Tropfen Nr. 28 auf 136 bei Tropfen Nr. 56. Die Fallzeit des Tropfens Nr. 28 wurde auch untersucht, als er vollständig entladen war, ebenso die Zeiten vieler anderer Tropfen, die meistens nur ein oder zwei Elektronen trugen. Ich hätte viel größere Änderungen sowohl von a als auch von p, und mithin von l/a, benutzen können, und habe sie auch tatsächlich benutzt, um das Fallgesetz eines Tropfens in verdünnter Luft zu finden; für den Zweck, den ich hier im Auge habe, nämlich für die möglichst genaue Bestimmung von e, erwies es sich aber als wünschenswert, das Intervall t_g größtenteils zwischen den Grenzen 10 sek und 40 sek zu halten, um einerseits Chronographenfehler und andererseits Unregelmäßigkeiten durch die Brownsche Bewegung zu vermeiden. Daß keine dieser beiden Fehlerquellen bei diesen Beobachtungen merklich ist, kann man bei einer Durchsicht der Tabellen II bis VII erkennen, die eine vollständige Darstellung der Untersuchungen an allen Tropfen geben.

X. Diskussion.

Aus Gleichung (4) wird ohne weiteres ersichtlich, daß der Wert von e einfach jener Wert von e_1 ist, für den $l/a = 0$ ist, so daß, wenn man aufeinanderfolgende Werte von $e_1^{2/3}$ als Abszissen und von l/a als Ordinaten aufträgt, der Abschnitt der so entstehenden Kurve auf der $e_1^{2/3}$-Achse $e^{2/3}$ ist. Wenn ferner

Tabelle VIII.

Nr.	Temp. ° C	P. D. Volt	t_g sek	v_1 cm/sek	$(v_1+v_2)_0$	n	$a\times10^2$ cm	$\frac{p}{cm\,Hg}$	$\frac{1}{pa}$	l/a	$\epsilon_1\times10^{10}$	$\epsilon_1^{3/2}\times10^8$	$\epsilon^{3/2}\times10^8$
1	23,00	5168	4,363	0,2357	0,003293	77—102	58,56	75,80	22,52	0,01615	4,877	61,90	61,14
2	22,80	5120	8,492	1202	004670	27—36	32,64	75,00	40,85	02933	4,981	62,82	61,26
3	23,46	5100	9,905	1032	004996	22—27	30,29	73,71	44,88	03212	4,971	62,75	61,04
4	22,85	5163	10,758	09489	005211	18—36	28,94	75,20	45,92	03288	5,001	63,00	61,24
5	23,08	5072	10,663	09575	005176	20—30	29,14	73,25	46,85	03353	4,982	62,82	61,13
6	22,82	5085	11,880	08584	005497	17—24	27,54	75,62	48,11	03437	4,991	62,93	61,09
7	23,79	5099	11,950	08368	005480	19—22	27,57	75,10	48,44	03466	4,981	62,82	61,07
8	23,50	5158	12,540	08141	005623	16—19	26,90	75,30	49,52	03544	5,016	63,12	61,23
9	22,87	5139	13,562	07375	005962	19—23	25,71	75,00	51,73	03702	5,016	63,13	61,15
10	23,25	5015	15,380	06641	006174	13—22	24,31	76,27	54,09	03871	5,010	63,08	61,02
11	23,01	5066	15,193	06720	006087	11—14	24,36	73,90	55,52	03973	5,015	63,12	61,00
12	23,00	5080	15,985	06375	006416	12—16	23,70	75,14	56,15	04018	5,028	63,24	61,10
13	23,00	5024	15,695	05463	006873	9—15	21,91	76,06	59,94	04290	5,043	63,35	61,06
14	23,09	5077	18,730	05451	006988	8—16	21,85	75,28	60,78	04348	5,064	63,53	61,21
15	23,85	5078	18,959	05274	006966	8—18	21,78	75,24	61,03	04368	5,040	63,33	61,00
16	23,70	5103	18,738	05449	007005	9—16	21,87	74,68	61,33	04390	5,065	63,54	61,21
17	23,06	5060	18,415	05545	006890	9—18	22,06	73,47	61,69	04411	5,054	63,43	61,07
18	22,83	5093	26,130	03907	008339	5—13	18,45	75,54	71,74	05134	5,098	63,82	61,08
19	22,95	5033	28,568	03570	008651	5—9	17,63	75,87	74,77	05350	5,120	64,00	61,12
20	23,00	5094	9,480	10772	005058	23—32	30,54	41,77	78,40	05612	5,145	64,22	61,23
21	23,08	5018	35,253	02893	009660	4—11	15,80	74,32	85,08	06089	5,166	64,36	61,11
22	23,22	5005	40,542	02515	010332	3—9	14,75	76,42	88,70	06350	5,168	64,40	61,01
23	22,76	5098	39,900	02554	010510	3—6	14,85	75,40	89,35	06395	5,190	64,59	61,18
24	23,16	5050	12,466	08189	005896	15—28	26,44	37,19	101,8	07283	5,269	65,24	61,35
25	22,98	5066	15,157	06737	006399	12—17	24,01	38,95	107,2	07660	5,278	65,28	61,20
26	23,20	4572	7,875	12980	004324	33—40	33,07	24,33	124,4	08892	5,379	66,06	61,31
27	23,18	4570	9,408	1085	004730	23—29	30,23	25,37	130,4	09330	5,381	66,16	61,18
28	23,00	5145	84,270	1211	01595	1—4	4,69	75,83	130,3	09322	5,379	66,14	61,16
29	22,99	5073	23,223	04393	008488	6—12	19,06	33,47	156,8	1117	5,529	67,36	61,37
30	23,19	5090	26,830	03801	009111	5—10	17,77	35,18	160,2	1147	5,507	67,18	61,06
31	22,89	5098	38,479	02649	011180	3—5	14,71	38,51	176,5	1263	5,621	68,12	61,38
32	23,06	5070	14,060	07246	006762	12—17	24,29	21,12	195,0	1394	5,692	68,67	61,22
33	23,07	4582	18,229	05601	006981	10—13	21,33	23,86	196,6	1405	5,687	68,64	61,13
34	23,06	5061	38,010	02682	011205	3—8	14,72	34,01	199,8	1429	5,714	68,84	61,20
35	23,00	4246	9,265	11032	004653	27—34	29,84	16,00	209,5	1499	5,739	69,07	61,07
36	22,91	4236	9,879	10340	004863	24—28	28,74	15,67	222,0	1589	5,820	69,71	61,23
37	23,06	4236	12,040	08496	005362	18—24	26,27	16,75	227,5	1625	5,821	69,72	61,03
38	22,94	2556	10,657	09581	003109	32—43	27,49	14,70	247,5	1771	5,935	70,61	61,16
39	23,09	5054	19,950	05115	008370	8—15	20,12	19,73	251,8	1802	5,910	70,41	60,79
40	23,09	5058	21,130	04830	008865	7—9	18,38	18,54	278,3	1993	6,076	71,72	61,09
41	23,05	5062	24,008	04254	009496	6—8	18,16	19,01	289,6	2073	6,110	72,03	60,97
42	22,94	4238	18,347	05564	007110	9—17	20,60	15,72	308,8	2210	6,224	73,04	61,24
43	23,18	3254	13,909	07340	004729	16—28	23,70	13,55	311,0	2227	6,214	72,83	60,95
44	23,04	4231	29,114	03503	009273	5—9	16,16	17,17	360,6	2579	6,466	74,77	61,00
45	22,97	3317	29,776	03425	007430	5—12	15,90	17,27	364,2	2606	6,537	75,30	61,39
46	22,81	3401	25,909	03937	007311	6—19	16,90	14,68	403,3	2886	6,719	76,71	61,30
47	22,83	2550	12,891	07921	003035	18—42	23,80	9,70	432,8	3097	6,841	77,66	61,13
48	22,80	2559	32,326	03150	006286	7—14	15,01	15,35	433,8	3104	6,866	77,85	61,28
49	23,02	3370	14,983	06815	011353	8—9	22,00	10,10	448,8	3221	6,936	78,36	61,22
50	23,45	2535	11,659	08757	003783	25—30	24,88	8,60	466,7	3340	6,978	78,67	60,85
51	23,48	2539	10,924	09346	003615	27—34	25,69	8,26	470,7	3368	7,024	79,02	61,0 4
52	22,98	3351	50,400	02021	010775	2—6	11,83	16,95	498,5	3568	7,210	80,40	61,36
53	23,16	2451	33,379	03055	006623	5—10	14,39	12,61	551,3	3945	7,470	82,19	61,13
54	23,46	2533	19,227	05347	005314	11—17	18,87	9,03	587,8	4112	7,661	83,73	61,18
55	22,90	2546	24,254	04206	006041	9—18	16,72	10,11	591,5	4233	7,672	83,82	61,22
56	23,21	1700	5,058	20256	001861	117—136	36,53	4,46	614,2	4396	7,777	84,57	61,11
57	23,12	2321	15,473	06599	004360	18—24	20,85	7,74	619,7	4435	7,774	84,54	60,87
58	23,03	3388,5	24,33	04196	008183	6—10	16,62	9,070	620,2	4439	7,810	84,83	61,14

Mittelwert = 61,120

Mittelwert = **61,138**

A eine Konstante ist, so ist die in Rede stehende Kurve eine gerade Linie und A ist die Neigung der Linie, dividiert durch den Abschnitt γ [siehe Gleichung (9)]. Angesichts der Unsicherheit von l, die dadurch entsteht, daß k in der Gleichung

$$\eta = knm\varrho l$$

niemals genau ausgewertet worden ist, erschien es zweckmäßiger, das Korrektionsglied für das Stokessche Gesetz [siehe Gleichung (2) und Gleichung (3)] in der Form

$$\left(1+\frac{B}{pa}\right)^{-1}$$

zu schreiben, statt in der Form

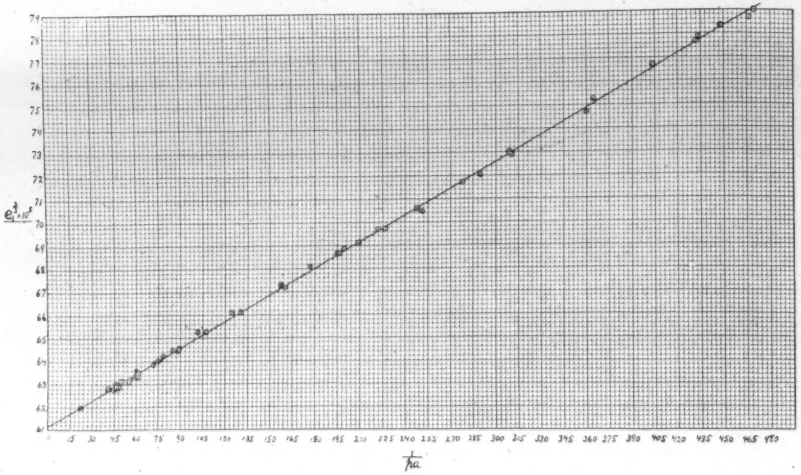


Fig. 2.

$$\left(1+\frac{Al}{a}\right)^{-1},$$

und dann $e_1^{2/3}$ als Funktion von $\frac{1}{pa}$ zu zeichnen. Dennoch habe ich angesichts der leichteren Veranschaulichung von l/a sämtliche der Reihe der Werte von $\frac{1}{pa}$ entsprechenden Werte dieser Größe in Tabelle VIII angegeben; dabei ist k, nur für die Zwecke dieser Berechnung, zu 0,3502 angenommen worden (Boltzmann). Fig. 2 zeigt die Kurve, die man erhält, wenn man die Werte von $e_1^{2/3}$ als Funktion von $\frac{1}{pa}$ für die ersten 51 Tropfen der Tabelle VIII aufzeichnet, und Fig. 3 zeigt die Erweiterung dieses Diagramms auf doppelt so große Werte von $\frac{1}{pa}$ und $e_1^{2/3}$. Wie ersichtlich sein wird, findet sich nicht die geringste Andeutung einer Abweichung von einer linearen Beziehung zwischen $e_1^{2/3}$ und $\frac{1}{pa}$ bis aufwärts zu dem Werte $\frac{1}{pa}=620{,}2$ (Fig. 3), der einem Werte $l/a=0{,}4439$ (siehe Tropfen Nr. 58 in Tabelle VIII) entspricht. Der beim Zeichnen dieser Kurve benutzte Maßstab ist überdies so gewählt, daß ein Punkt, der um einen Skalenteil über oder unter der Linie in Fig. 2 liegt, im Mittel einen Fehler von 2:700 oder etwa $^1/_3$ v. H. bedeutet. Aus den Fig. 2 und 3 geht hervor, daß unter den 58 Tropfen nur **einer** ist, dessen Abweichung von der Linie sich bis auf 0,5 v. H. beläuft. Weiter ist zu bemerken, daß es sich hier nicht um eine ausgewählte Gruppe von Tropfen handelt, sondern daß die Figuren sämtliche Tropfen darstellen, an denen ich während einer Zeit von 60 Tagen hintereinander Versuche angestellt habe, wobei im Laufe der Zeit der Apparat mehrfach auseinandergenommen und neu aufgebaut worden ist. Sonach ist es sicher, daß eine Gleichung von der Form (2) bis hinauf zu $la=0{,}4$ sehr genau gilt. Der letzte Tropfen in Fig. 3 scheint auf den Anfang einer Abweichung von diesem linearen Zusammenhang hinzudeuten. Da eine solche Abweichung auf die Bestimmung von e keinen Einfluß hat, so werde ich mir ihre Erörterung für eine spätere Veröffentlichung vorbehalten.

Ich möchte ferner darauf aufmerksam machen, wie vollständig die im Abschnitt VI aufgeworfenen Fragen durch die Figuren 2 und 3 beantwortet werden. Beispielsweise haben die Tropfen Nr. 27 und Nr. 28 praktisch identische Werte von $1/pa$; während aber Tropfen Nr. 28 während eines Teiles der Zeit nur eine Ladungseinheit trägt (siehe Tabelle VIII), trägt Tropfen Nr. 27 29 mal soviel und hat einen ungefähr 7 mal so großen Durchmesser. Wenn nun der kleine Tropfen dichter wäre als der große (siehe Annahme **3** in Abschnitt VI), oder wenn die Bremswirkung des Mediums bei dem stark geladenen Tropfen größer wäre, als bei dem

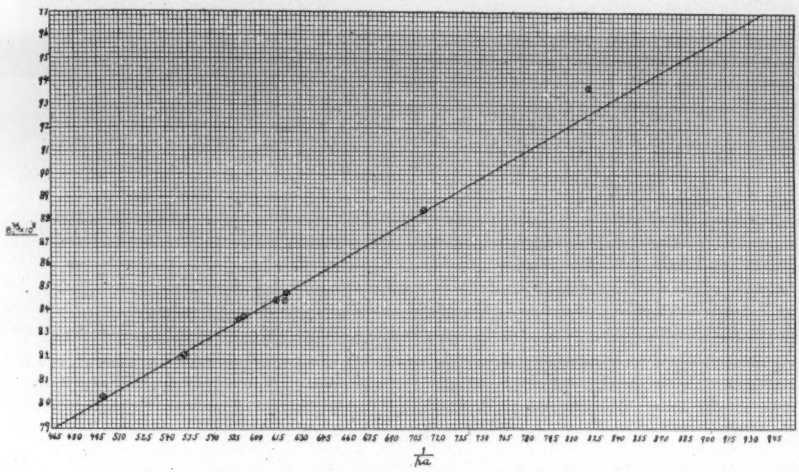


Fig. 3.

schwach geladenen (siehe Annahme **1** in Abschnitt VI), so würde sich aus jedem dieser beiden Gründe Tropfen Nr. 27 gegenüber Nr. 28 langsamer bewegen, als es sonst der Fall sein würde, und demzufolge würde $e_1^{7/3}$ für Tropfen Nr. 27 kleiner werden als für Tropfen Nr. 28. Statt dessen fallen die beiden Werte von $e_1^{7/3}$ so nahe zusammen, daß es unmöglich ist, sie bei dem hier verwendeten Maßstabe durch zwei getrennte Punkte darzustellen. Eine noch schlagendere Bestätigung derselben Schlußfolgerung liefern die Tropfen Nr. 52 und Nr. 56, denn beide haben ungefähr denselben Wert von l/a, und beide liegen genau auf der Linie, trotzdem Nr. 56 zu einer Zeit eine 68 mal so starke Ladung trägt wie Nr. 52 und einen dreimal so großen Halbmesser hat. Allgemein ist der Umstand, daß in den Figuren 2 und 3 weder die sehr kleinen, noch die sehr großen Tropfen irgendwelche Neigung zeigen, über oder unter die Linie zu fallen, ein experimenteller Beweis dafür, daß die Annahmen **1**, **3** und **2b** des Abschnitts VI gemeinsam richtig sind. Die Richtigkeit von **2a** wurde durch die Übereinstimmung dargetan, die in den Tabellen II bis VII durchweg zwischen den Größen $\frac{1}{n'}\left(\frac{1}{t'_F}-\frac{1}{t_F}\right)$ und $\frac{1}{n}\left(\frac{1}{t_g}+\frac{1}{t_F}\right)$ herrscht.

Die Werte von $e^{3/2}$ und von B, die man auf graphischem Wege aus dem Abschnitt auf der y-Achse und der Neigung in Fig. 2 erhält, sind

$$e^{3/2} = 61{,}13 \cdot 10^{-8}$$

und

$$B = 0{,}0006254,$$

wobei p für die Zwecke der Fig. 2 sowie dieser Berechnung in Millimetern Hg bei 23° C und a in Zentimetern gemessen ist. Der diesem Werte von B entsprechende Wert von A [siehe die Gleichungen (2) und (3) ist **0,874**, und nicht, wie ursprünglich gefunden worden war, 0,817. Es ist indessen genauer nicht das Ergebnis dieser graphischen Auswertung von $e^{3/2}$ zu nehmen, sondern jede einzelne Beobachtung von $e_1^{7/3}$ mittels des oben genannten Wertes von B und der Gleichung

$$e^{3/2}\left(1+\frac{B}{pa}\right) = e_1^{7/3}$$

auf $e^{3/2}$ zu reduzieren. Die Ergebnisse dieser Reduktion sind in der letzten Spalte der Tabelle VIII enthalten. Diese Ergebnisse lassen sehr deutlich erkennen, welcher Grad von Übereinstimmung bei diesen Beobachtungen erreicht worden ist. Die größte Abweichung von dem Mittelwert, die sich überhaupt in der Tabelle findet, beläuft sich auf 0,5 v. H., und der wahrscheinliche Fehler des endgültigen Mittelwerts beträgt, in der üblichen Weise ermittelt, $^{16}/_{61000}$.

Ich habe es jedoch für zweckmäßiger gehalten, nicht diesen endgültigen Mittelwert als die zuverlässigste Bestimmung von $e^{3/2}$ zu benutzen, sondern eine beträchtliche Anzahl Beobachtungen bei Atmosphärendruck an solchen Tropfen zu machen, die genügend klein sind,

um t_g mit großer Genauigkeit bestimmen zu können, dabei aber genügend groß, um das gesamte Korrektionsglied für das Stokessche Gesetz nur einige wenige Prozent betragen zu lassen; in diesem Falle würde nämlich, selbst wenn die Konstante B des Korrektionsglieds einen beträchtlichen Fehler enthalten sollte, ein solcher Fehler den Endwert von e nur um einen unmerklichen Betrag beeinflussen. Die ersten 23 Tropfen in Tabelle VIII stellen solche Beobachtungen dar. Wie man sieht, zeigen sie eine etwas größere Übereinstimmung als die übrigen Tropfen in der Tabelle, und die Reduktionen durch das Korrektionsglied liegen bei diesen Tropfen alle zwischen 1,3 v. H. (Tropfen Nr. 1) und 5,6 v. H. (Tropfen Nr. 23); selbst wenn also B um volle 3 v. H. falsch wäre (der Fehler von B beträgt in Wirklichkeit nicht mehr als 0,5 v. H.), würde dieser Umstand e' um nicht mehr als 0,1 v. H. beeinflussen. Der aus den ersten 23 Tropfen erhaltene Mittelwert von e' ist $61{,}12 \cdot 10^{-8}$, und diese Zahl weicht von dem aus sämtlichen Tropfen gewonnenen Mittelwerte um $^1/_{3400}$ ab.

Wenn man eine Korrektion für den Umstand anbringt, daß die Zahlen in Tabelle VIII auf Grund der Annahme gewonnen worden sind, daß $\eta_{23} = 0{,}0001825$ sei, statt $\eta_{23} = 0{,}0001824$ (siehe Abschnitt II), so ist der aus den ersten 23 Tropfen gewonnene endgültige Mittelwert von $e' = 61{,}085 \cdot 10^{-8}$. Dieser Wert entspricht einem Werte von

$$e = 4{,}774 \cdot 10^{-10} \text{ elektrostat. Einheiten.}$$

Da der Wert der Faradayschen Konstante nunmehr durch internationales Übereinkommen bindend auf 9650 absolute elektromagnetische Einheiten festgesetzt worden ist[1]), und da dies die Anzahl N der Moleküle in einem Grammolekül, multipliziert mit der elektrischen Elementarladung, ist, so erhalten wir:

$$N \times 4{,}774 \times 10^{-10} = 9650 \times 2{,}9990 \times 10^{10}$$

und

$$N = 6{,}062 \times 10^{23}.$$

Wenngleich der nach der Methode der kleinsten Quadrate aus der Tabelle VIII ermittelte wahrscheinliche Fehler dieser Zahl nur $^1/_{3000}$ ist, so würde es doch ein Irrtum sein, wenn wir schließen wollten, daß man e und N jetzt mit diesem Genauigkeitsgrade kennt; es gehen nämlich in sämtliche in Tabelle VIII enthaltenen Ergebnisse vier konstante Faktoren ein, und diese bringen folgende Unsicherheiten hinein: Der Koeffizient der inneren Reibung, η, der mit dem Exponenten $^3/_2$ auftritt, bringt eine mögliche Unsicherheit der Werte von e und N um höchstens 0,1 v. H. mit sich. Der Abstand zwischen den Kondensatorplatten (16,00 mm) ist bis auf 0,01 mm richtig, und führt daher, da er in e in erster Potenz vorkommt, einen größten möglichen Fehler von etwas weniger als 0,1 v. H. ein. Die Voltmeterablesungen enthalten einen größten möglichen Fehler von etwas weniger als 0,1 v. H. und bringen diesen in erster Potenz in e und N hinein. Der Abstand zwischen den Mikrometerfäden läßt sich durchweg bis auf $^1/_{1000}$ wieder herstellen und erscheint mit dem Exponenten $^3/_2$; er bringt mithin eine Unsicherheit um nicht mehr als 0,1 v. H. mit sich. Die übrigen Faktoren bringen Fehler hinein, die im Vergleich mit diesen vernachlässigt werden können. Mithin ist die Unsicherheit von e und N die von vier Faktoren herrührende, deren jeder einen größten möglichen Fehler von 0,1 v. H. einführen kann. Nach dem üblichen Verfahren können wir die Unsicherheit von e und N als die Quadratwurzel aus der Summe der Quadrate dieser vier Unsicherheiten schätzen, also auf $^2/_{1000}$. Somit erhalten wir schließlich:

$$\underline{e = 4{,}774 + 0{,}009 \times 10^{-10}},$$

und

$$\underline{N = 6{,}062 + 0{,}012 \times 10^{23}}.$$

Der Unterschied zwischen diesen Werten und den ursprünglich nach der Öltropfenmethode gefundenen Werten $e = 4{,}891$ und $N = 5{,}922$ beruht darauf, daß infolge dieser eingehenderen und ausgedehnteren Untersuchung jeder der drei Faktoren η, A und d (Abstand der Mikrometerfäden) sich in dem Sinne geändert hat, daß dadurch e kleiner und N größer geworden ist. Die Hauptänderung rührt indessen von der Ausmerzung der Fehler des ursprünglichen optischen Systems her.

XI. Vergleichung mit anderen Messungen.

Soweit mir bekannt ist, liegt gegenwärtig keine Bestimmung von e oder N nach irgendeiner anderen Methode vor, die nicht eine mindestens 15mal so große Unsicherheit enthielte wie die vorstehenden Messungen.

Die radioaktive Methode zum Beispiel liefert in den Händen von Regener[1]) eine Zählung der α-Teilchen, die e mit einer Unsicherheit ergibt, die er auf 3 v. H. schätzt. Das ist meines Erachtens eine so hohe Genauigkeit, wie sie bisher je für irgendeine Zählung der α-Teilchen in Anspruch genommen worden ist[2]), obwohl die Methode von Geiger und Ruther-

1) Atomgewicht des Silbers 107,88; elektrochemisches Äquivalent des Silbers 0,01118.

1) Regener, Berl. Ber. **37**, 948, 1909.

2) Rutherford and Geiger, Proc. Roy. Soc. (A) **81**, 155, 1908.

ford[1]) zur photographischen Registrierung zweifellos imstande sein wird, sie zu verbessern.

Die Methode der Brownschen Bewegung liefert Ergebnisse, die sich zwischen dem Perrinschen Werte[2]) $e = 4{,}24 \times 10^{-10}$ und dem Fletcherschen Werte[3]) $e = 5{,}01 \times 10^{-10}$ bewegen, wobei die Messungen von Svedberg[4]) den mittleren Zahlenwert $e = 4{,}7 \times 10^{-10}$ ergeben.

Die Strahlungsmethode von Planck[5]) ergibt N als ein Produkt aus $(c_2)^3$ und σ. Der letzte Wert der Reichsanstalt[6]) für c_2 ist 1,4367, während Coblentz[7]) als Ergebnis außerordentlich sorgfältiger und ausgedehnter Messungen 1,4456 erhält. Der Unterschied zwischen diesen beiden Werten für $(c_2)^3$ beträgt 2 v. H. Westphal schätzt seinen Fehler bei der Messung von σ auf 0,5 v. H., obschon zuverlässige Beobachter hinsichtlich dieses Wertes um 3 bis 4 v. H. auseinandergehen. Wir können somit 3 v. H. als die Genauigkeitsgrenze annehmen, die bei Messungen von e und N nach anderen Verfahren bisher erreicht worden war. Die Mittelwerte der nach jeder der drei anderen Methoden gewonnenen Ergebnisse fallen innerhalb dieser Grenzen gut mit dem oben nach der Öltropfenmethode gefundenen Werte zusammen.

XII. Ermittelung anderer Fundamentalkonstanten.

Zu Vergleichszwecken habe ich nachstehende Fundamentalkonstanten auf Grund der obigen Messungen neu berechnet.

1. Die Anzahl n der Moleküle in 1 cm³ eines idealen Gases bei 0° und 76 cm Hg ist gegeben durch

$$n = \frac{N}{V} = \frac{6{,}062 \times 10^{23}}{22412} = 2{,}705 \times 10^{19}.$$

2. Die mittlere kinetische Bewegungsenergie E_0 eines Moleküls bei 0° C ist gegeben durch

$$pV = \frac{1}{3} N m u^2 = \frac{2}{3} N E_0 = RT,$$

also

$$E_0 = \frac{3}{2} \frac{P_0 V_0}{N} = \frac{3 \times 1013700 \times 22412}{2 \times 6{,}062 \times 10^{23}} = 5{,}621 \times 10^{-14} \text{ Erg}.$$

3. Die Konstante ε der Molekularenergie, die durch $E_0 = \varepsilon T$ definiert wird, ist gegeben durch

$$\varepsilon = \frac{E_0}{T} = \frac{5{,}621 \times 10^{-14}}{273{,}11} = 2{,}058 \times 10^{-16} \frac{\text{Erg}}{\text{Grad}}.$$

4. Die durch $S = k \log W$ definierte Boltzmannsche Entropiekonstante k ist gegeben durch[1])

$$k = \frac{R}{N} = \frac{p_0 V_0}{TN} = \frac{2}{3} \varepsilon = 1{,}372 \times 10^{-16} \frac{\text{Erg}}{\text{Grad}}.$$

Alle diese Konstanten sind genau mit derselben Genauigkeit bekannt, die bei der Messung von e erreicht worden ist.

5. Das Plancksche „Wirkungsquantum" h läßt sich wahrscheinlich auf folgende Weise beträchtlich genauer erhalten als auf irgendeinem anderen Wege. Aus Gleichung (292) auf S. 166 der Planckschen „Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung" erhalten wir[2]):

$$h = \frac{k^{4/3}}{c} \left(\frac{48 \pi \alpha}{a}\right)^{1/3} = \frac{(1{,}372 \times 10^{-16})^{4/3}}{2{,}999 \times 10^{10}} \cdot \left(\frac{48 \pi \cdot 1{,}0823}{7{,}39 \times 10^{-15}}\right)^{1/3} = 6{,}620 \times 10^{-27}.$$

Diese Gleichung liefert h mit derselben Genauigkeit, die sich bei der Messung von $\frac{k^{4/3}}{a}$ erreichen läßt, wo a die Stefan-Boltzmannsche Konstante ist. Wenn Westphals Schätzung seines Fehlers bei der Messung dieser Konstanten, nämlich 0,5 v. H., richtig ist, so würde sie eine Unsicherheit von nur 0,2 v. H. bei h mit sich bringen. Das ist ungefähr die Ungenauigkeit, welche die obige Bestimmung von $k^{4/3}$ einführt. Mithin würde der vorstehende Wert von h um nicht mehr als 0,4 v. H. falsch sein.

6. Die Konstante c_2 des Wienschen Verschiebungsgesetzes läßt sich ebenfalls aus den vorstehenden Messungen mit großer Genauigkeit ermitteln. Wir erhalten aus der Planckschen Gleichung (292) nämlich ferner:

1) Geiger and Rutherford, Phil. Mag. (6) **24**, 618, 1912.
2) J. Perrin, C. R. **152**, 1165, 1911.
3) H. Fletcher, Phys. Rev. **33**, 107, 1911.
4) Svedberg, Arkiv för Kemi etc. **2**, 29, 1906.
5) Planck, Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung, 2. Aufl. 1913, S. 166.
6) Warburg, Leithäuser, Hupka und Müller, Berl. Ber. 1913, S. 35.
7) Coblentz, Journ. Washington Ac. of Sc. **3**, 178, April 1913.

1) Siehe Planck, Vorlesungen usw., S. 129.
2) c = Lichtgeschwindigkeit, α ein Zahlenfaktor, $\alpha = \frac{4\sigma}{c}$. Westphals Wert von σ ist $5{,}54 \times 10^{-5}$; das entspricht dem Werte $a = 7{,}39 \times 10^{-15}$.

$$c_2 = \left(\frac{48\,\pi\,a\,k}{a}\right)^{1/3} =$$

$$= \left(\frac{48\,\pi \times 1{,}0823 \times 1{,}372 \times 10^{-16}}{7{,}39 \times 10^{-15}}\right)^{1/3} =$$

$$= 1{,}4470 \text{ cm} \cdot \text{Grad}.$$

Da sowohl k als auch a hier mit dem Exponenten $^1/_3$ auftreten, so wird der Fehler von c_2 nicht größer als 0,2 v. H. sein, vorausgesetzt, daß der Fehler von Westphal nicht mehr als 0,5 v. H. beträgt.

Die Differenz zwischen diesem Werte und dem Coblentzschen Mittelwerte **1,4456** beträgt nur 0,1 v. H. Die Übereinstimmung ist mithin durchaus befriedigend. Eine weitere unabhängige Kontrolle liegt in der Tatsache, daß die Bestimmung des Schmelzpunktes des Platins zu 1755° C durch Day und Sosman[1]) einem Werte $c_2 = $ **1,4475** entspricht[2]). Dagegen ist der letzte Wert der Reichsanstalt für c_2, nämlich 1,4367, zu niedrig, um mit diesen Werten gut in Einklang zu stehen.

XIII. Zusammenfassung.

Die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit lassen sich zu folgender Tabelle IX zusammenstellen. In dieser Tabelle geben die Zahlen in der Fehlerspalte bei den ersten sechs Werten die geschätzten Genauigkeitsgrenzen an, und nicht die sogenannten „wahrscheinlichen Fehler", die beträchtlich kleiner sein würden. In die beiden letzten Konstanten gehen sowohl die Westphalschen Messungen und die Planckschen Gleichungen ein als auch meine eigenen Beobachtungen, und das Verfahren, nach dem der Fehler ermittelt worden ist, ist das oben auseinandergesetzte.

Tabelle IX.

Elektrische Elementarladung .	$\varepsilon = 4{,}744$	$+ 0{,}009 \times 10^{-10}$
Anzahl der Moleküle im Grammolekül	$N = 6{,}062$	$+ 0{,}012 \times 10^{23}$
Anzahl der Gasmoleküle in 1 cm³ bei 0° und 76 cm Hg	$n = 2{,}705$	$+ 0{,}005 \times 10^{19}$
Kinetische Energie der Bewegung eines Moleküls bei 0° C	$E = 5{,}621$	$+ 0{,}010 \times 10^{-14}$
Konstante d. Molekularenergie	$k = 2{,}058$	$+ 0{,}004 \times 10^{-16}$
„ d. Entropiegleichung	$k = 1{,}372$	$+ 0{,}002 \times 10^{-16}$
Elementar. Wirkungsquantum	$h = 6{,}021$	$+ 0{,}025 \times 10^{-27}$
Konstante des Wienschen Verschiebungsgesetzes . . .	$c_2 = 1{,}4470$	$+ 0{,}0130$.

Es gereicht mir zur Freude, Herrn J. Y. Lee für die Hilfe zu danken, die er mir bei der Ausführung eines Teiles der vorstehenden Beobachtungen geleistet hat. Herr Lee hat auch mit meinem Apparat die Beobachtungen an Öl bei Atmosphärendruck wiederholt. Seine Beobachtungen stimmen beinahe so gut überein wie meine, und unter Benutzung meines Werts von B erhält er als Mittel aus Messungen an 14 Tropfen einen Wert von e, der von meinem eigenen Werte um weniger als $^1/_{6000}$ abweicht, obwohl sein wahrscheinlicher Fehler, wie für Tabelle VIII berechnet, $^1/_{2000}$ ausmacht.

Universität Chicago, Ryerson Physical Laboratory, 3. Juni 1913.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 23. Juni 1913.)

1) Sill. Journ. 30, 3. 1910.
2) Coblentz, Journ. Washington Ac. of Sc. 3, 13.

Zur α-Strahlung dicker Schichten.

Von Ludwig Flamm.

Für eine planparallele Platte von der Dicke h, in der ein α-strahlender Stoff gleichmäßig verteilt ist, gab E. v. Schweidler[1]) jüngst eine sehr elegante Berechnung der Zahl der Ionenpaare Q_A, welche ein Quadratzentimeter der Platte vermöge der oben austretenden α-Teilchen pro Sekunde erzeugt. Es bedeutet dort N die Zahl der pro Zeit- und Volumseinheit ausgesendeten α-Partikel, R die Reichweite des α-Strahlers, r die jeweils vom α-Partikel noch zu durchlaufende Restreichweite, wobei man sich der Einfachheit halber den Außenraum von gleichem Absorptionsvermögen wie die Platte denkt. Der Autor gelangte zu dem Ansatze für $h \leq R$

$$Q_A = \int_0^{R-h} \frac{N}{4}\,\frac{h^2}{(R-r)^2}\,\Phi(r)\,dr + \int_{R-h}^{R} \frac{N}{4}\,\Phi(r)\,dr \quad (1a)$$

und für $h \geq R$

$$Q_A = \int_0^{R} \frac{N}{4}\,\Phi(r)\,dr. \quad (1b)$$

Darin bedeutet $\Phi(r)$ die Zahl der von einem α-Partikel beim Durchlaufen der Restreichweite r erzeugten Ionenpaare. Die Auswertung der Integrale geschieht unter Benutzung der Geigerschen Formel

$$\Phi(r) = k_0 r^{\frac{2}{3}}. \quad (1c)$$

Schon früher wurden derartige Rechnungen von W. H. Bragg[2]) angestellt, welcher gleich das allgemeinste Problem untersuchte, die Ionisierung Q_A' durch eine absorbierende Platte von

1) Über die α-Strahlung dicker Schichten, diese Zeitschr. 14, 505, 1913.
2) The α-Particles of Uranium and Thorium, Phil. Mag. 11, 754, 1906.

der Dicke d, welches E. v. Schweidler im letzten Abschnitte bespricht. In dieser Bezeichnungsweise, wobei man sich wieder die Deckplatte von gleichem Absorptionsvermögen wie die aktive Platte denkt, lautet der Ansatz Braggs für $h \leqq R-d$

$$Q_A' = \frac{N}{4}\left\{\int_0^{R-d-h}\left\{\frac{(d+h)^2-d^2}{(R-r)^2}\right\}\Phi(r)\,dr + \right. \\ \left. + \frac{N}{4}\int_{R-d-h}^{R-d}\left\{1-\frac{d^2}{(R-r)^2}\right\}\Phi(r)\,dr\right. \quad (2a)$$

und für $h \geqq R-d$

$$Q_A' = \frac{N}{4}\int_0^{R-d}\left\{1-\frac{d^2}{(R-r)^2}\right\}\Phi(r)\,dr. \quad (2b)$$

Wie es sein muß, gehen diese Formeln (2a) und (2b) für $d = 0$ in die Formeln (1a) und (1b) über. Bragg verwendete zur Auswertung dieser Integrale die damals angenommene, von ihm selbst herrührende Beziehung

$$\Phi(r) = \text{const.}\,(\sqrt{r}+1{,}33-\sqrt{1{,}33}). \quad (2c)$$

Während nach der Geigerschen Formel die Ionisierung in einem Bahnpunkte des α-Teilchens proportional $r^{-\frac{1}{3}}$ ist, so war sie nach dieser älteren Formel proportional $(r+1{,}33)^{-\frac{1}{2}}$, was den Verlauf der empirischen Ionisationskurve, der „Braggkurve", angenähert richtig wiedergab.

Wenn wir auch heute aus theoretischen Gründen[1]) der Geigerschen Formel vor der Braggschen Formel den Vorzug geben müssen, so ist sie doch auch nur eine Annäherung an die empirische Kurve. Denn strenge soll die Geigersche Formel die Ionisierungskurve eines einzelnen α-Partikels darstellen, welches seine Bahn ganz geradlinig bis zum Ende durchläuft. Tatsächlich erleiden aber die Bahnenden Knicke, so daß die Reichweite mehr oder weniger verkürzt wird, wie C. T. R. Wilsons Nebelphotographien[2]) so hübsch zeigen. Entsprechende Verkürzungen und Deformationen müssen auch ihre Ionisationskurven am Ende zeigen und die beobachtete Braggsche Ionisationskurve hat man sich durch Superposition dieser Kurven entstanden zu denken. Geiger setzt nun dafür die reguläre Ionisationskurve eines α-Teilchens, dem die mittlere der auftretenden Reichweiten zukommt, was doch nur als rohe Annäherung betrachtet werden kann. Dazu kommt noch, daß äquivalente Schichtdicken in zwei Medien nicht in ganz konstantem Verhältnisse stehen[1]), woraus man vermuten wird, daß selbst für das ungestreute α-Partikel die Geigersche Formel nicht ganz strenge erfüllt ist. Nach der Zeichnung Geigers[2]) stimmt auch die theoretische Kurve, von ihrem Anstieg ins Unendliche ganz abgesehen, mit der empirischen *Ra C*-Kurve nicht gerade glänzend überein, woran allerdings die Verzerrung der empirischen Kurve durch Verwendung von Wasserstoff in der Ionisationskammer viel Schuld haben könnte. Die Übereinstimmung mit dem aufsteigenden Ast erscheint besser erfüllt bei den Poloniumkurven von Taylor[3]), der in der Geigerschen Formel die Reichweite nur wenig kleiner wählt als die maximale Reichweite. Dafür kommt durch das Endstück ein starkes Mißverhältnis zwischen den Flächeninhalten hinein, wie schon der bloße Anblick lehrt, so daß diese theoretische Kurve zur Darstellung von $\Phi(r)$ erst recht ungeeignet ist. Man erreicht darum bei Berechnungen von Ionisierung durch geeignete andere Näherungskurven, welche zu einfacheren Formeln führen, zum Beispiel durch eine Parabel zweiter Ordnung[4]), oft denselben, wenn nicht besseren Grad von Genauigkeit. Aber in allen diesen Fällen erreicht man die schlechteste Übereinstimmung im Endbereiche. Nun ist die Untersuchung dicker Schichten gerade für die schwach aktiven Substanzen von Wichtigkeit, also für α-Strahler von langer Lebensdauer und somit kurzer Reichweite[5]). Mit der Kürze der Reichweite gewinnen aber die Fehler der Endbereiche an Einfluß.

Es wird daher von Interesse sein, daß sich die Untersuchung auch strenge weiterführen läßt. Wir denken uns die Braggsche Ionisationskurve, wie man sie durch Ausmessung eines α-Parallelstrahlenbündels empirisch erhält, in ein Diagramm gezeichnet mit r als Abszisse und als Ordinate y die Zahl der pro Wegeinheit von einem α-Partikel erzeugten Ionenpaare. Ihre Gleichung sei

$$y = \varphi(r), \quad (3)$$

was als mittlerer Verlauf der Ionisierung eines α-Partikels der strengen Rechnung zugrunde zu

1) H. Geiger, Proc. Roy. Soc. (A) **83**, 505, 1910.
2) Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik **10**, 34, 1913.

1) Über die α-Strahlung dicker Schichten, diese Zeitschr. **14**, 505, 1913.
2) H. Geiger, Proc. Roy. Soc. (A) **83**, 505, 1910.
3) Phil. Mag. **21**, 571, 1911.
4) L. Flamm u. H. Mache, Über die quantitative Messung der Radiumemanation im Schutzringplattenkondensator, Wien. Ber. **121**, Februar 1912.
5) Richard Swinne, Über einige zwischen den α-strahlenden radioaktiven Elementen bestehende Beziehungen, diese Zeitschr. **14**, 142, 1913.

legen ist. Man hat in die obigen Gleichungen (1a) und (1b)

$$\Phi(r) = \int_0^r \varphi(r)\,dr \qquad (4)$$

einzusetzen und erhält durch partielle Integration und entsprechendes Zusammenziehen für $h \leq R$

$$Q_A = \frac{N}{4}\left[2h\int_0^{R-h}\varphi(r)dr - h^2\int_0^{R-h}\frac{1}{R-r}\varphi(r)dr + \right. \\ \left. + \int_{R-h}^{R}(R-r)\,\varphi(r)\,dr\right] \qquad (5a)$$

und für $h \geq R$

$$Q_A = \frac{N}{4}\int_0^R (R-r)\,\varphi(r)\,dr. \qquad (5b)$$

Die zweite, einfachere Formel ist wohl die praktisch wichtigere und zeigt uns, daß am Ende der Reichweite, also für kleines r, die Ionisierung mit dem größten Gewichte eingeht, also gerade da die Abweichungen einer Näherungskurve am meisten stören. Man sieht also, daß es vorteilhaft ist, zur Berechnung der Formeln die drei Integrale

$$\int_0^r \varphi(r)\,dr, \quad \int_0^r \frac{1}{R-r}\varphi(r)\,dr, \quad \int_0^r (R-r)\,\varphi(r)\,dr$$

graphisch aus den Kurven der Integranden zu bestimmen, was keine weiteren Schwierigkeiten bereitet, da man bei Kenntnis der Kurve (3) auch die Kurven

$$y = \frac{1}{R-r}\varphi(r) \qquad (6)$$

und

$$y = (R-r)\,\varphi(r) \qquad (7)$$

zeichnen kann.

In dem praktisch am meisten interessierenden Falle der Gleichung (5b) hat man es nur mit einem einzigen Integrale zu tun und man braucht bloß die Kurve (7) zu kennen, die sich auch direkt experimentell sogar leichter als die Ionisationskurve (3) selbst bestimmen läßt. Der dazu nötige Apparat ist nämlich von der größten Einfachheit, es ist derselbe, den Bragg zur Untersuchung der Ionisation in Argon und Helium[1]) verwendete. Er besteht im wesentlichen aus einer luftdichten, schmalen zylindrischen Büchse, auf deren Boden sich das radioaktive Präparat befindet. Oben in der Büchse ist isoliert die bekannte Braggsche Ionisationskammer angebracht, bestehend aus der mit dem Elektrometer verbundenen horizontalen Platte und dem auf geeignetes Potential geladenen Drahtnetz wenige Millimeter darunter. So gelangen nur die auf dem kurzen Wege vom Drahtnetz zur Platte von den unten eindringenden α-Strahlen erzeugten Ionen zur Messung. Durch ein seitlich angebrachtes Rohr kann die Luft aus der Büchse beliebig herausgepumpt werden, wie bei dem Apparate Geigers zur Bestimmung der Ionisationskurve[1]), der gleichfalls zu diesen Messungen verwendet werden kann, wenn man das mit dem Glimmerfenster verdeckte Loch offen läßt. Bezeichnet man mit d die Distanz des α-Strahlers in unendlich dünner Schicht von der Mitte der Ionisationskammer, mit b den in der Büchse manometrisch gemessenen Luftdruck und mit b_0 den normalen Luftdruck, so gilt die Formel

$$R - r = d\,\frac{b}{b_0},$$

welche die Abszisse r des Diagramms aus dem Druck b bestimmen läßt. Aber auch die Ionisation in der Kammer, deren Tiefe mit δ bezeichnet werde, ist dem Druck proportional, und es ergibt sich die Zahl der Ionen pro α-Partikel, welche zur Messung gelangen, zu

$$z = \frac{\delta}{d}(R-r)\,\varphi(r).$$

Man trägt also zur Abszisse r in das Diagramm die Ordinate $\frac{d}{\delta}\cdot z$ ein und erhält so die gewünschte Kurve (7), deren Fläche man zu bestimmen hat.

Als Strahlenquelle bei diesen Messungen wird sich am besten Polonium eignen, das man, um die verschiedensten kürzeren Reichweiten zu erhalten, einfach mit Glimmerfolien bedeckt. Dabei werden auch die äußerst sorgfältigen Messungen zustatten kommen, welche von T. S. Taylor über die Zahl der Ionen produziert durch ein α-Partikel von Polonium[2]) vorliegen. Auch wird man den derzeitigen praktischen Bedürfnissen reichlich genügen, wenn man bei der systematischen experimentellen Bestimmung von $\int_0^R (R-r)\,\varphi(r)\,dr$ für eine Reihe von Werten von R bloß bis $R = 1{,}5$ cm auf Luft bezogen heruntergeht, weil man dadurch schon auch die kleinste je behauptete Reichweite[3]) unterschreitet.

Zusammenfassung.

Es wird gezeigt, wie man den Ansatz

1) W. H. Bragg, Studies in Radioactivity, Macmillan and Co., London 1912, S. 53.

1) H. Geiger, Proc. Roy. Soc. (A) **82**, 489, 1909.
2) Phil. Mag. **23**, 670, 1912.
3) 1,6 cm, F. Friedmann, Wien. Ber. **120**, 1361, 1911. Vgl. auch H. Geiger u. J. M. Nutall, The Ranges of the α-Particles from Uranium. Phil. Mag. **23**, 444, 1912.

E. v. Schweidlers über die Ionisation oberhalb dicker Schichten α-strahlender Substanz exakt integrieren und vermittelst einfacher experimenteller Hilfsbestimmungen rechnerisch verwerten kann.

Wien, Physikalisches Laboratorium der k. k. Technischen Hochschule, 30. Juni 1913.

(Eingegangen 2. Juli 1913.)

Die Erzeugung von Kathodenstrahlen in Luft von Atmosphärendruck.

Von O. Geschöser.

(Mit Tafel XXXI.)

Der positive Pol eines Funkeninduktors ist geerdet. Vom negativen Pol geht in horizontaler Richtung ein 1,5 mm starker, etwa 40 cm langer Kupferdraht aus, dessen Ende in einer Länge von 3—4 cm senkrecht nach unten gebogen ist. Das umgebogene Ende taucht in die Flamme eines Bunsenbrenners, so daß es von der Flamme vollständig umhüllt wird. Der metallene Brenner, der durch einen Gummischlauch mit der Gasleitung verbunden ist, muß gut isoliert sein. Ich stelle ihn auf einen Porzellanteller und diesen noch auf eine Scheibe aus Hartgummi. Das Ende des Drahtes im Verein mit der Flamme bildet den Strahler. Sobald der Induktor in Tätigkeit gesetzt wird, sendet der Strahler Kathodenstrahlen aus.

In einer Entfernung von 30 cm vom Strahler habe ich eine in lichtdichtes Papier eingeschlossene photographische Platte parallel zur Flamme an einer Ecke in einen hölzernen Retortenhalter eingespannt. Auf die Platte war eine Schere mit Bindfaden aufgebunden. Die Platte wurde 10 Minuten den Strahlen ausgesetzt. Fig. 1[1]) zeigt das Positiv des Bildes, das auf der entwickelten Platte sichtbar wurde. Man sieht links unten ein dunkles Viereck, einen Teil des Halters, ferner das Bild der Schere mit stark verwaschenen Rändern und den Bindfaden, der die Schere hielt. Auffälligerweise war ein Teil der Platte, der im Bilde rechts ganz schwarz erscheint, völlig unbelichtet geblieben. Das schwarze Papier hatte an dieser Stelle in doppelter Schicht gelegen.

Fig. 2 zeigt das Bild zweier, in der Mitte durchlochten, chinesischen Münzen und eines eisernen Ringes. Auch hier ist der Bindfaden und eine Ecke des Halters erkennbar. Die Entfernung der Platte vom Strahler betrug 40 cm und die Belichtungszeit 5 Minuten.

Auf der dritten Figur befindet sich das Bild eines flachen Hufeisenmagneten. Der Magnet, von dem man nur die Schenkel sieht, stand dicht vor der Platte, seine Dicke beträgt $^1/_2$ cm. Auch Platten, die in hölzernen oder metallenen Kassetten eingeschlossen waren, wurden geschwärzt. Wurde die Flamme entfernt, so konnte keine Wirkung auf die photographische Platte nachgewiesen werden.

Durch die Induktionsströme werden Elektronen unter starkem Druck in das Ende des negativen Pols gepreßt, während gleichzeitig am positiven Pol Elektronen aus dem Erdkörper angesaugt werden. Am negativen Pol werden die Elektronen unter der Einwirkung der Flamme nach allen Richtungen zerstäubt. Dabei werden auch Teilchen des glühenden Drahtes mitgerissen. Auf dem Teller, auf dem der Brenner steht, finden sich zahlreiche Metallflittern. Die vom negativen Pol ausgeschleuderten Elektronen sind nun nichts anderes als Kathodenstrahlen.

Die ersten Versuche habe ich mit einem Induktor mittlerer Größe von 5 cm Schlagweite angestellt. Als ich eine Zeitlang experimentiert hatte, gewahrte ich an den Händen und im Gesicht eine Rötung der Haut wie nach heftigem Sonnenbrand, ein Beweis, daß die Strahlen starke physiologische Wirkungen ausüben. Aus diesem Grunde habe ich später einen kleinen Induktor von 12—15 mm Schlagweite benützt. Sämtliche hier beschriebenen Versuche sind mit diesem ausgeführt worden.

Mit den Kathodenstrahlen kann man ein Elektroskop laden. Ich gebrauche dazu ein kleines Blattelektroskop, dessen Glasbehälter möglichst luftleer gemacht ist. Hält man das Elektroskop am herausragenden Drahtende, so divergieren die Blättchen schon in bedeutender Entfernung vom Strahler, die Ladung ist positiv. Sie entsteht durch Induktion der negativ geladenen Glashülle.

Man kann auch umgekehrt ein Elektroskop entladen. Mehrere an seidenen Fäden hängende Holundermarkkügelchen sind positiv geladen und stoßen sich gegenseitig ab. Sobald die Kathodenstrahlen darauf fallen, gehen die Kugeln rasch zusammen.

Phosphoreszierende Substanzen, die man einige Zeit bestrahlt hat, leuchten nachher im Dunkeln sehr lebhaft.

Vakuumröhren werden im verdunkelten Zimmer durch die Strahlen zum Leuchten gebracht. Die schwach leuchtende Flamme des Bunsenbrenners ist zwar störend, aber nicht erheblich. Hält man eine Röhre ohne Elektroden mit dem einen Ende gegen die Flamme, so geht nach kurzer Zeit vom anderen Ende ein gelblich weißes, gleichmäßiges Licht aus. Eine Vakuumkugel mit Fuß und einer Elektrode wurde in 30 cm Entfernung vom Strahler

1) Die Figuren befinden sich auf Tafel XXXI.

aufgestellt und die Elektrode geerdet. Die Kugel füllt sich bald mit violettem Glimmlicht und um die Elektrode erscheint eine weißliche Lichthülle. Auch diese Versuche erklären sich durch eine negative Ladung der von den Strahlen getroffenen Glaswand.

(Eingegangen 27. Juni 1913.)

Untersuchung einer Spitzenentladung im magnetischen und im elektrostatischen Felde.

(An Investigation of a Point Discharge in Magnetic and Electrostatic Fields.)

Von O. W. Silvey.

(Mit Tafel XXXII—XXXV.)

Im Jahre 1897 beobachtete Warburg[1]) eine Ablenkung und Verzögerung der Funkenentladung im Magnetfelde bei Drucken von 0,02 mm bis 0,08 mm Quecksilber aufwärts, stellte jedoch fest, daß die Magnetfeldstärke, die er benutzte, zu schwach war, um diese Wirkungen bei höheren Drucken hervorzubringen. In demselben Jahre erörterte O. Lehmann[2]) den elektrischen und magnetischen Wind, den er durch Einführen von Tabakrauch oder von schweren Gasen in die Funkenkammer sichtbar machte. Bei dieser Gelegenheit erwähnte er die magnetische Wirkung nur beim Lichtbogen. Im nächstfolgenden Jahre beobachtete Precht[3]) die Ablenkung einer elektrischen Entladung sowohl im transversalen als auch im longitudinalen Magnetfelde an der Glimmentladung, der Büschelentladung und der Funkenentladung. Späterhin hat Helen E. Schaefer[4]) die Erscheinung weiter untersucht. Sie zerlegte den abgelenkten Funken mit Hilfe eines Spektroskops, berechnete die Geschwindigkeit der den Funken ausmachenden Teilchen und bestimmte einen Wert für das Verhältnis der Ladung zur Masse.

Herr A. L. Foley[5]) ließ eine elektrische Entladung quer durch eine lange Röhre hindurchgehen, die als Lochkamera diente. Wenn er dann eine photographische Platte an dem Ende der Röhre anordnete, das dem Loch gegenüberlag, so fand er, daß die Platte nach der Exposition ein Schattenbild eines Stromes zeigte, der zwischen den als Elektroden dienenden Spitzen überging. Die Annahme, daß dieser Strom aus geladenen Teilchen bestände, gab Anlaß zu der vorliegenden Untersuchung. Der Zweck dieser Untersuchung war, die Wirkung magnetischer und elektrischer Felder auf diesen Strom zu untersuchen und, falls möglich, den Charakter und die Geschwindigkeit der diesen Strom bildenden Teilchen zu bestimmen.

Die benutzte Apparatur war dieselbe, welche die Herren Professor Foley und Haseman konstruiert hatten, um die Interferenzstreifen zu untersuchen, die um eine Spitzenentladung, um Luftströme und um Dampfströme auftreten. Sie bestand aus einem langen hölzernen Rohr (s. Fig. 1). Der eine Teil dieses Rohres ($20{,}3 \times 20{,}3 \times 230$ cm) war so eingerichtet, daß er teleskopartig über einen anderen Teil ($15{,}2 \times 15{,}2 \times 457$ cm) übergeschoben werden konnte. Hierdurch war die Möglichkeit gegeben, die beiden Teile bei MN voneinander zu trennen, um die Spitzen und den Magnet einzustellen. Ein weiterer Teil E enthielt eine Kassette und war so gebaut, daß er über das Ende paßte. Schwarze Schirme mit Löchern in der Mitte waren überall in dem Rohre in Abständen angebracht, so daß kein Licht von den Seiten her reflektiert werden konnte. Das Ende des Rohres wurde durch einen Deckel C verschlossen, der alles Licht absperrte, das nicht von einem kleinen Loche ausging. Eine kreisförmige Scheibe mit Löchern verschiedener Größe bot die Möglichkeit, die Lichtmenge zu regulieren. Das Loch wurde von einer Bogenlampe A mit rechtwinklig zueinander stehenden Elektroden belichtet, und zwar wurde das von dem Krater ausgehende Licht durch die Linse B auf dem Loch vereinigt.

Das Licht wurde von dem Rohre dadurch abgesperrt, daß ein Stück schwarze Pappe vor das Loch gestellt wurde. Wenn eine photographische Aufnahme gemacht werden sollte, wurde, falls die Entladung eine Glimmentladung oder eine Büschelentladung war, der Schieber S vor der Platte fortgezogen und dann, nachdem das Rohr zur Ruhe gekommen war, die Pappe so lange entfernt, bis die Platte genügend lange exponiert war. Wenn es sich um eine Funkenentladung handelte, bei der die Platte schleierte, wenn sie zu lange belichtet wurde, entfernte ich zuerst die Pappe und bewirkte die Exposition durch Fortziehen des Schiebers.

Der Magnet, den ich benutzte, gehörte der Faradayschen Type an und hatte Polschuhe von 8,9 cm Durchmesser. Wenn er durch einen Strom von 22 Ampere erregt wurde, lieferte er in der Mitte zwischen den Polschuhen, wenn

1) E. Warburg, Wied. Ann. **62**, 385—395, 1897.
2) O. Lehmann, ebenda **63**, 285—304, 1897.
3) J. Precht, ebenda **66**, 676—697, 1898.
4) H. E. Schaefer, Astrophys. Journ. **28**, 121—149, Septbr. 1908.
5) A. L. Foley and J. H. Haseman, Phys. Rev. **20**, 399; Proc. Indiana Ac. of Sc. S. 206, 1904.

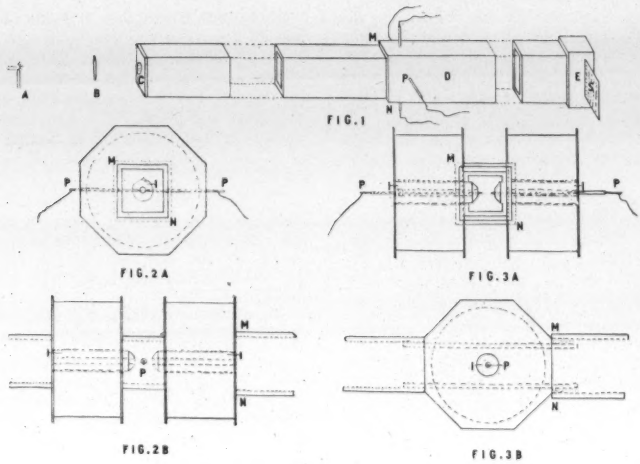


Fig. 1—3.

diese 49 mm weit auseinander standen, eine Feldstärke von 6400 Gauß. Durch die Kerne und die Polschuhe ging in der Längsrichtung eine Bohrung von 2,54 cm Durchmesser. Wenn diese Bohrung durch Einsetzen eines Eisenzylinders aus demselben Material wie die Kerne ausgefüllt wurde, wenn ferner der Luftschlitz auf 1 mm verkleinert wurde und besondere Polschuhe verwendet wurden, so erzeugte ein Strom von 44 Ampere eine Feldstärke von 40000 Gauß. Während des größten Teiles dieser Arbeit war der Luftschlitz 49 mm weit und die Stromstärke 22 Ampere. Die Funkenstrecke lag mitten zwischen den Polschuhen, wo das Feld nahezu gleichförmig war.

Um ein Photogramm des Stromes zu erhalten, der quer zu den magnetischen Kraftlinien zwischen den Spitzen überging, war es notwendig, daß das von dem Loche ausgehende Licht durch den durchbohrten Magnetkern hindurchging. Dies erreichte ich dadurch, daß ich die Rohre bei *MN* auseinander nahm und die beiden Rohrstücke an den Magnet ansetzte, wie es in den Fig. 2A und 2B dargestellt ist. Ein hölzernes Hilfsrohr von 25 × 25 cm Querschnitt und 12,5 cm Länge wurde zwischen die Spulen des Magnets gesetzt, um alles nicht von dem Loche kommende Licht auszuschalten und um die isolierenden Glasröhren festzuhalten, die ihrerseits die Stäbe *P* mit den Spitzen hielten. Aus der oberen Fläche dieses Hilfsrohres war eine Öffnung ausgeschnitten worden, und zu dieser war ein passender Deckel gemacht worden; auf diese Weise konnte ich das Hilfsrohr leicht öffnen, um die Spitzen einzustellen und das Wesen der Entladung zu beobachten. Die Innenseite aller Rohrteile und die Innenseite der hohlen Magnetkerne waren mattschwarz gestrichen.

Wenn ich ein Photogramm der parallel mit den magnetischen Kraftlinien verlaufenden Entladung erhalten wollte, drehte ich den Magnet so, daß seine Achse parallel zur Achse der Rohre stand (Fig. 3A und 3B); die Glasröhren, die durch Korken in den durchbohrten Kernen festgehalten wurden, gaben dann die Isolierung für die Stäbe mit den Spitzen ab. In diesem Falle wurde noch ein Hilfsrohr von 12,5 × 12,5 cm Querschnitt und 1 m Länge zwischen die Spulen gestellt und in die beiden Stücke des langen Rohres eingeschoben, da diese zu breit waren, um zwischen die Spulen zu passen. Dieses kleine Rohr hatte in jeder seiner beiden Seiten ein kreisrundes Loch zur Aufnahme der Polschuhe des Magnets, sowie ein drittes Loch in der oberen Fläche, ähnlich dem Loch in dem bereits beschriebenen ersten Hilfsrohr.

In allen Fällen war der Magnet elektrisch geerdet, und die stromführenden Drähte waren durch Glasröhren von den Wänden des Zimmers und von der Kamera getrennt, sofern sie diesen zu nahe waren, als daß die Luft sie isoliert hätte. Alle im Magnetfeld verwendeten Metallteile, wie beispielsweise die Schrauben in dem Hilfsrohr, waren aus Messing.

Wenn ich die Ablenkung der Entladung infolge elektrostatischer Ablenkungswirkung

untersuchte, benutzte ich die Röhre so, wie sie in Fig. 1 dargestellt ist. Von zwei Messingplatten von je 8×5 cm wurde die eine oberhalb, die andere unterhalb der Spitzen angeordnet. Sie wurden durch Messingstäbe in ihrer Lage gehalten, die senkrecht zu ihnen in der Mitte an sie angelötet worden waren. Die Stäbe wurden fest in Glasröhren eingesetzt, welche durch die obere und die untere Wand des Rohres hindurchführten. Bei einem Teile der Arbeit waren die Platten parallel zu den Spitzen geschaltet, während sie während des übrigen Teiles mit Hilfe einer kleinen Holtzschen Maschine geladen wurden. Die Spitzen wurden von einer Wagnerschen Elektrisiermaschine mit vier Glimmerplatten geladen, von der die Leidener Flaschen fortgenommen worden waren. Sowohl die Wagnersche wie die Holtzsche Maschine wurde mit Elektromotoren angetrieben, und zwar unter Einschaltung von Regulierwiderständen zur Veränderung der Geschwindigkeit. Bei der Wagnerschen Maschine waren sechzehn verschiedene Geschwindigkeiten möglich und bei der Holtzschen Maschine acht.

Die Spitzen wurden aus Messingnadeln von 1,15 mm Durchmesser und 4 cm Länge hergestellt. Sie wurden in eine Drehbank eingespannt und mit Hilfe eines Karborundsteines scharf zugespitzt, so daß sie eine Schrägung von 2,5 cm vom Ende aus erhielten. Sie wurden in die Enden von 5,57 mm starken Messingstäben eingelötet.

Transversales Magnetfeld.

Der Apparat wurde zunächst so eingestellt, daß die Spitzen senkrecht zur Richtung der magnetischen Kraftlinien standen. Dann wurden die Photogramme der Reihen *A*, *B*, *C* und *D* aufgenommen (s. Fig. 4, Tafel XXXII).

Die Reihe *A* ist eine Glimmentladung, die der niedrigsten Umlaufsgeschwindigkeit der Maschine entspricht. (Es war zwischen den Spitzen in dem verdunkelten Rohre nichts zu sehen. Jede Spitze zeigte einen winzigen hellen Fleck.)

Die Reihe *B* ist eine Büschelentladung und entspricht einer höheren Umlaufsgeschwindigkeit. (Ein violetter Strom erstreckte sich ungefähr 0,8 cm weit von der positiven Spitze aus. Die negative Spitze zeigte nur einen hellen Fleck.)

Die Reihe *C* ist eine sichtbare Funkenentladung und entspricht der geringsten Geschwindigkeit, bei der man einen sichtbaren Funken erhält. Bei Erregung des Magnets verwandelte sich der Funken in eine Büschelentladung.

Die Reihe *D* ist eine sichtbare Funkenentladung, die der höchsten Geschwindigkeit der Maschine entspricht.

Die sechs Bilder jeder Reihe wurden möglichst rasch hintereinander aufgenommen. Zur Fertigstellung einer solchen Reihe waren 20 bis 30 Minuten erforderlich. In den Photogrammen ist der längere Strom (mit der Bezeichnung +) der von der positiven Elektrode ausgehende und der kürzere (mit der Bezeichnung —) der von der negativen Elektrode ausgehende. Die Richtung der magnetischen Kraftlinien in bezug auf die Stromrichtung ist durch einen Punkt in einem Kreise bezeichnet, wenn sie auf den Beschauer zu verläuft, und durch ein Kreuz in einem Kreise, wenn sie vom

Tabelle I.

Geschwindigkeit	Spannung vor Erregung des Magnets	Spannung mit Magnetfeld	Stromstärke ohne Magnetfeld	Stromstärke mit Magnetfeld	Typus der Entladung. Wirkung des Magnetismus auf die Entladungsform
1	23 000	24 000	0,00014	0,00014	Glimmentladung
2	24 500	24 500	0,00017	0,00017	desgl.
3	25 300	25 300	0,00021	0,00021	Kleines Büschel an der Anode
4	26 200	26 200	0,00025	0,00025	Vergrößertes Büschel an der Anode
5	26 500	26 500	0,00029	0,00029	Gelegentlicher Funken
6	27 000	28 300	0,00035	0,00035	Funken, ging infolge des Magnetismus in Büschelentladung über
7	25 300	28 300	0,00037	0,00037	desgl.
8	24 000	28 300	0,00044	0,00044	desgl.
9	23 000	28 300	0,00052	0,00049	desgl.
10	22 800	28 300	0,00059	0,00054	desgl.
11	22 800	28 300	0,00058	0,00056	desgl.
12	23 000	28 300	0,00065	0,00059	desgl.
13	22 800	28 300	0,00072	0,00069	Funken, ging infolge des Magnetismus teilweise in Büschelentladung über
14	22 300	26 500	0,00078	0,00076	desgl.
15	22 300	25 000	0,00083	0,00083	Bahn wurde gekrümmt, Funken aber nicht aufgehalten.
16	22 300	25 000	0,00086	0,00084	Bahn wurde gekrümmt, Funken zerstreut.

Beschauer fortgerichtet ist. Dabei ist angenommen worden, daß sich der Beschauer an der Stelle der photographischen Platte befinde und gegen das Licht hinblicke. Bei der Aufnahme der Bilder Nr. 1 und Nr. 4 waren die Magnete nicht erregt. Aus den Aufnahmen dürfte ersichtlich sein, daß die Ströme in den Reihen *A*, *B*, *C* und *D*, was die Ablenkungsrichtung betrifft, so abgelenkt werden, als wären sie biegsame stromführende Leiter, ein Zeichen dafür, daß der Strom ein Strom geladener Teilchen ist.

Die magnetische Feldstärke betrug nach Messungen mit einer Wismutspirale ungefähr 6400 Linien auf das Quadratzentimeter in der Gegend der Spitzen. Der Spitzenabstand betrug 18,05 mm. Die Potentialdifferenz zwischen den Spitzen war am größten bei der Reihe *B*. In dem Maße, wie die Umlaufsgeschwindigkeit der Maschine gesteigert wurde, stieg auch die Potentialdifferenz, bis die Funken begannen überzugehen; dann fiel sie zuweilen um volle 4000 Volt. Bei weiterer Steigerung der Umlaufsgeschwindigkeit nahm die Stromstärke zu, aber das Potential blieb nahezu konstant. Die nebenstehende Tabelle I zeigt die Änderungen, die bei Steigerung der Umlaufsgeschwindigkeit der Maschine auftraten. Die Potentialdifferenzen sind in Volt angegeben, die Stromstärken in Ampere. Der Spitzenabstand betrug 18,05 mm.

Bei den in der Tabelle verzeichneten Beobachtungen wurde die Stromstärke mit einem Westonschen Milliamperemeter und die Spannung mit einem Elektroskop gemessen. Dieses Elektroskop bestand aus zwei Messingscheiben von 10 cm Durchmesser, die in senkrechten Ebenen auf Ebonitstützen montiert waren; diese Stützen waren in ein gemeinsames Fußbrett eingepaßt. Der gegenseitige Abstand der Platten ließ sich durch Verschieben der Stützen verändern. An den oberen Rand der einen Scheibe war ein Halter angelötet, der eine kleine Nadel trug. An dieser hing ein Messingflügel, der an seinem unteren Ende einen Zeiger trug. Der Zeiger bewegte sich vor einer Skala. Diese war in der Weise geeicht worden, daß parallel zu den Scheiben zwei spitze Nadeln Nr. 12 von Thomas Harper (sharp) geschaltet wurden und die kritische Funkenlänge zwischen diesen gemessen und mit der von H. W. Fisher[1]) aufgestellten Tabelle verglichen wurde. Die Zeigerstellung wurde mit einem Fernrohr abgelesen, das zwei Meter vor der Skala aufgestellt war. Die mit diesem Apparate abgelesene Spannung ergab nur eine rohe Schätzung, da er auf weniger als 150 Volt nicht völlig zuverlässig war. Dies gilt besonders für die Fälle, wo die Funken nicht schnell hintereinander übersprangen, weil der Flügel dann schwankte, so daß er fast bis auf die kritische Funkenspannung stieg und fast bis auf Null sank. In diesem Falle verzeichnete ich die höchste Stellung.

Aus den vorstehenden Angaben dürfte ersichtlich sein, daß, wenn die Entladungsform durch das Magnetfeld nicht verändert wurde, keine Änderung der Stromstärke oder der Spannung auftrat, und daß, wenn sich die Entladungsform änderte, eine Spannungszunahme und häufig eine Abnahme der Stromstärke vorlag. Die Aufnahmen der Reihe *A* entsprechen der Geschwindigkeit 1, die der Reihe *B* der Geschwindigkeit 4, die der Reihe *C* der Geschwindigkeit 6 und die der Reihe *D* der Geschwindigkeit 16.

Longitudinales Magnetfeld.

Nachdem ich die vorstehend erwähnten Daten aufgenommen hatte, drehte ich den Magnet um einen Winkel von 90° und nahm vier Reihen von Photogrammen der zu den Kraftlinien parallelen Entladung auf. Diese vier Reihen sind (s. Fig. 5, Tafel XXXIII):
Reihe *E*: stille Glimmentladung wie in Reihe *A*;
Reihe *F*: Büschelentladung wie in Reihe *B*;
Reihe *G*: Funkenentladung wie in Reihe *C*;
Reihe *H*: Funkenentladung wie in Reihe *D*.
Der gegenseitige Spitzenabstand betrug 17,88 mm.

Keines dieser Photogramme zeigt eine Änderung der Form, mit Ausnahme jener der Reihe *H*. In dieser Reihe wurde der reiche Funken zuweilen zerstreut und zuweilen in ein breites violettes Büschel an der positiven Spitze verwandelt, wenn der Magnet erregt wurde. Im ersteren Falle bestand der Funken im allgemeinen aus einem sichtbaren unabgelenkten mittleren Faden, der von einem Spiralfaden wie von dem Gewinde einer sich verjüngenden Schraube umwunden war, und zwar lag der größere Durchmesser der Spiralen an der positiven Spitze, und das Ganze lief zusammen auf den negativen Pol aus. Zuweilen jedoch fehlte der mittlere Faden, und es zeigte sich nur die Spirale. Der Drehungssinn der Spiralen war derselbe wie der des Hofes leuchtender Gase um den Funken eines Induktors in einem longitudinalen Magnetfelde. Dem Grade der Ablenkung nach war die Drehung weit geringer. Bei der hier untersuchten Entladung hatte die Spirale einen Durchmesser von nur wenigen Millimetern in einem Magnetfelde von 6400

1) H. W. Fisher, Trans. Intern. Electrical Congress **2**, 294—312, St. Louis 1904.

Gauß, während der Hof um den Funken eines Induktors eine Spirale von 4—5 cm Durchmesser in einem Felde von ungefähr 1000 Linien auf das Quadratzentimeter aufwies. Die Photogramme Nr. 3 und Nr. 5 zeigen die Funkenentladung für den Fall, daß sich die positiven Ionen in derselben Richtung bewegen wie die Kraftlinien. Dagegen ist bei Nr. 2 und Nr. 6 die Richtung des Magnetfeldes jener der Entladung entgegengesetzt. Wenn nicht eine Änderung der Entladungsform vorlag, so trat keine Änderung der Spannung oder der Stromstärke ein, wenn die Magnete erregt wurden. Einige Spannungsänderungen traten bei Veränderung der Entladungsform auf, und zwar folgende:

Tabelle II.

Geschwindigkeit	Spannung vor Erregung des Magnets	Spannung mit Magnetfeld	Typus der Entladung. Einfluß des Magnetfeldes auf die Entladungsform
1	21 500	21 500	Glimmentladung
2	22 000	21 850	Kleines Büschel
3	22 500	22 000	Gelegentlicher Funken
4	20 000	22 500	Ging infolge des Magnetfeldes in Büschelentladung über
5	22 500	22 500	Keine Veränderung
6	20 000	22 500	Ging in Büschelentladung über
7	18 800	26 500	desgl.
8	18 800	24 000	desgl.
9	18 800	23 500	desgl.
10	18 800	18 800	Keine Veränderung
11	18 150	25 000	Ging in Büschelentladung über
11	18 150	18 150	Ging nicht in Büschelentladung über
12	18 150	18 150	Keine Veränderung
13	18 150	24 000	Ging in abgelenkte zerstreute Funken über
14	18 800	25 000	Ging in Büschelentladung über
15	18 800	24 000	Zerstreute abgelenkte Funken
16	18 500	25 000	Ging in Büschelentladung über

Die vorstehende Tabelle lehrt, daß keine Regelmäßigkeit in den Änderungen der Entladung infolge des Einflusses des Magnetfeldes besteht. Bei Nr. 11 war die Funkenentladung eine Zeitlang ganz und gar in eine Büschelentladung verwandelt, dann fiel sie wieder in einen Funken zurück und wechselte zuweilen zwei- bis dreimal in der Minute. Wenn der erregende Strom unterbrochen wurde, setzte der Funkenübergang wieder ein. Bei den vielen vollständigen Ablesungsreihen, die der vorgenannten ähnlich waren, ergab sich, daß diese bei Nr. 11 auftretende Änderung bei jeder beliebigen Funkenentladung erfolgte, aber welche tatsächlichen Verhältnisse sie veranlaßten, habe ich nicht entdeckt. Es ließ sich nicht voraussagen, wann sich die Entladung unter dem Einflusse des Magnetismus verändern würde.

Transversales elektrostatisches Feld.

Nunmehr nahm ich den Magnet fort und untersuchte die Ablenkung der Entladung in einem elektrostatischen Felde. Mit der Apparatur, wie ich sie oben beschrieben habe, und mit den elektrostatischen Platten, den Spitzen und dem Elektroskop im Nebenschluß nahm ich die vier Reihen der Photogramme I, J, K und L auf (s. Fig. 6, Taf. XXXIV). In der nachstehenden Tabelle III sind die Spannung und die Stromstärke für jeden einzelnen Fall verzeichnet. Die Entladungsformen in den Reihen I, J, K und L entsprechen denen in den Reihen A bzw. B, C und D.

Tabelle III.

Nr. in der Reihe		Ladung auf der unteren Platte	Vorzeichen der Spitze zur Rechten	Spannung in Volt	Stromstärke in Ampere
I	1	keine	+	17 850	0,00019
	2	+	+	17 700	0,00019
	3	—	+	17 600	0,00016
	4	keine	—	16 270	0,00016
	5	+	—	15 150	0,00015
	6	—	—	16 270	0,00015
J	1	keine	+	18 900	0,00027
	2	+	+	19 425	0,00036
	3	—	+	19 500	0,00036
	4	keine	—	14 700	0,00026
	5	+	—	17 400	0,00026
	6	—	—	17 250	0,00026
K	1	keine	+	16 800	0,00039
	2	+	+	17 700	0,00051
	3	—	+	19 200	0,00052
	4	keine	—	15 600	0,00052
	5	+	—	17 900	0,00052
	6	—	—	18 370	0,00051
L	1	keine	+	16 725	0,00092
	2	+	+	18 000	0,00089
	3	—	+	17 700	0,00091
	4	keine	—	13 950	0,00088
	5	+	—	16 875	0,00094
	6	—	—	16 800	0,00090

Die Änderung der Spannung und der Stromstärke in jeder Reihe der vorstehenden Tabelle, außer bei K 3 und K 6, rührte von einer Abnahme in der Geschwindigkeit des Motors her. Diese wurde durch einen Spannungsabfall verursacht, der auftrat, wenn in irgendeinem anderen Teile des Gebäudes ein starker Strom benutzt wurde. Die Ausführung der vier Beobachtungsreihen nahm mindestens zwei Stunden in Anspruch. Die Stromstärke und die

Tabelle IV.

	Abstand zwischen den Platten in cm	Potentialdifferenz in Volt	Potentialgradient $= X$	H	Geschwindigkeit des Ions	Form der Entladung	Werte für e/m	
1	5,4	14 600	2710	4300	$6{,}3 \times 10^7$	kleines Büschel	$7{,}8 \times 10^2$	
2	5,4	14 600	2710	4300	$6{,}3 \times 10^7$	gelegentl. Funken	$7{,}5 \times 10^2$	
3	5,4	15 000	2780	2550	$1{,}9 \times 10^8$	desgl.	$7{,}1 \times 10^2$	
4	5,4	15 000	2780	3800	$7{,}4 \times 10^7$	reicher Funken	$1{,}2 \times 10^3$	
5	6,1	26 800	4360	1600	$2{,}7 \times 10^8$	Funken	$1{,}36 \times 10^3$	Reihe M
6	6,1	26 800	4360	1600	$2{,}7 \times 10^8$	reicher Funken	$1{,}36 \times 10^3$	Reihe N

Spannung wurden unmittelbar vor der Exposition der photographischen Platte abgelesen.

Elektrostatisches und magnetisches Feld.

Ich stellte den Magnet wieder an seinen Platz, so daß die Entladungslinie zwischen den Spitzen transversal zu den magnetischen Kraftlinien verlief, und versuchte mit den elektrostatischen Platten über und unter den Spitzen die Wirkung des elektrostatischen Feldes gegen jene des Magnetfeldes abzugleichen. Bei diesen Versuchen wurden die Platten mittels einer Holtzschen Maschine mit Platten von 43 cm Durchmesser geladen. Eine Mattglasscheibe, die ich in das dem Loche gegenüberliegende Ende der Kamera einsetzte, zeigte deutlich die Bahn der Entladung. Ich regulierte dann die Umlaufsgeschwindigkeit der Holtzschen Maschine und die Stromstärke des den Magnet erregenden Stromes, bis der Strom unter der Einwirkung beider Felder derselbe war, wie wenn er durch kein Feld beeinflußt wurde. Dann entfernte ich die Mattglasscheibe und ersetzte sie durch eine photographische Platte. Ich zeige hier zwei Reihen von Photogrammen, die Reihe M für die Funkenentladung, die unter dem Einflusse des Magnetismus allein in eine Büschelentladung überging, und die Reihe N für den reichen Funken (s. Fig. 7, Taf. XXXV). Beim reichen Funken war es nicht schwer, die beiden Felder ins Gleichgewicht zu bringen, aber bei dem unbeständigen Funken ließen sie sich nicht mit Erfolg abgleichen. Bei diesem Entladungstypus schien zuweilen ein sehr geringes Magnetfeld über das elektrische Feld zu überwiegen. Die Daten sind in vorstehender Tabelle IV angegeben. Der Abstand zwischen den Spitzen betrug 18,05 mm. H ist die Magnetfeldstärke in Gauß.

Es erscheint wahrscheinlich, daß man die Geschwindigkeit des Ions aus der relativen Ablenkung einer ähnlichen Entladungsform unter dem Einfluß des magnetischen und des elektrostatischen Feldes einzeln für sich berechnen könnte. Die Entfernung zwischen den Spitzen war in beiden Fällen dieselbe, und daher würde das Potential an den Spitzen zweifellos von derselben Größenordnung bleiben, selbst wenn irgendeine Änderung vorläge. Auf den Photogrammen kann man eine Verbindungslinie direkt zwischen den Spitzen ziehen und eine zweite Linie durch das Ende der negativen Elektrode, senkrecht zur ersten Linie. Zieht man dann eine dritte Linie von der positiven Spitze in der Richtung des abgelenkten Stromes und verlängert sie bis zum Schnitt mit der zweiten Linie, so muß die Strecke vom Ende der negativen Elektrode bis zum Schnittpunkte zwischen der zweiten und der dritten Linie der Ablenkung proportional sein. Nehmen wir die Entfernung bis zu diesem Schnittpunkte für die

Fig. 8.

Ablenkung nach oben (s. Fig. 8), so erhalten wir:

$$Hev = K \tan \theta_1$$

für den magnetischen Effekt, wenn H die magnetische Feldstärke in Gauß, e die Ladung auf dem Ion, v die Geschwindigkeit des Ions, θ_1 der Ablenkungswinkel und K eine von dem Potentialgefälle längs der Bahn der Entladung abhängige Konstante ist.

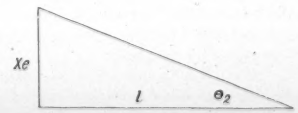


Fig. 9.

Im Falle der elektrostatischen Ablenkung (s. Fig. 9) ist:

$$Xe = K \tan \theta_2,$$

wo X der Potentialgradient zwischen den elektrostatischen Platten und θ_2 der Ablenkungswinkel ist.

Wenn wir jede der beiden Gleichungen nach K auflösen, erhalten wir:

$$K = \frac{Hev}{\operatorname{tang}\theta_1} = \frac{Xe}{\operatorname{tang}\theta_2}.$$

Wenn die Strecken h_1 und h_2 die Entfernungen von der negativen Spitze bis zum Schnittpunkt in diesen beiden Fällen sind, und wenn l der Abstand zwischen den beiden Spitzen ist, so erhalten wir, da

$$Hv \operatorname{tang}\theta_2 = X \operatorname{tang}\theta_1$$

ist,

$$\frac{Hvh_2}{l} = \frac{Xh_1}{l}$$

und

$$v = \frac{h_1 X}{h_2 H}.$$

Da die Entladung nicht immer direkt zwischen den Spitzen übergeht, wenn kein transversales Feld vorhanden ist, so würde es wahrscheinlich genauer sein, den Mittelwert von h für die Ablenkung nach oben und die nach unten zu nehmen. Führen wir an den Photogrammen 2 und 3 der Reihe A und 2 und 3 der Reihe I die angegebene Messung aus, so erhalten wir:

$$v = \frac{2{,}8 \times 17600 \times 10^8}{3{,}2 \times 5{,}1 \times 6400} = 4{,}7 \times 10^7 \text{ cm/sk}.$$

Werte für andere Photogramme, nach demselben Verfahren berechnet, finden sich in Tabelle V.

Die vorstehend angeführten Werte für die Geschwindigkeit der positiven Ionen nähern sich denen, die für positive Ionen in verdünnten Gasen angegeben werden. Der höchste Wert, der von anderen Forschern für das Gasion bei Atmosphärendruck erhalten worden ist, ist, soweit ich habe finden können, der Wert von 5×10^4 cm/sk, den Helen E. Schaefer angibt. Dieser Wert, der unter Verwendung eines kreisenden Spiegels gefunden worden ist, wird als mittlere Geschwindigkeit längs der Bahn des Funkens angegeben und nicht als der nach dem bei der hier vorliegenden Untersuchung benutzten Verfahren gewonnene Wert der Anfangsgeschwindigkeit.

Wenn der nach dem vorstehenden Verfahren erhaltene Wert als die Anfangsgeschwindigkeit des positiven Ions angesehen werden kann, so kann man die Gleichung

$$\frac{1}{2} m v^2 = Ve$$

benutzen, um den Wert für e/m zu berechnen. In der vorstehenden Gleichung ist m die Masse des Ions, v seine Geschwindigkeit, V die Spannung zwischen den Spitzen und e die Ladung an dem Ion. Da v die Anfangsgeschwindigkeit ist, so sind die beiden Ausdrücke für die Energie unabhängig von dem Laufe, den das Ion zwischen den Spitzen nimmt, und ferner unabhängig von jeder späteren Geschwindigkeit. Einige mit Hilfe dieses Ausdrucks berechnete Werte von e/m sind im Nachstehenden angegeben:

(Reihe A, Nr. 2 und 3):

$$\frac{e}{m} = \frac{1}{2}\frac{v^2}{V} = \frac{1}{2}\frac{(4{,}7 \times 10^7)^2}{23000 \times 10^8} = 4{,}6 \times 10^2 \text{ C.G.S.}$$

Tabelle V.

Reihe	Nr. in der Reihe	Geschwindigkeit v in cm/sk.	e/m
A und I	2 und 3	$4{,}7 \times 10^7$	$4{,}6 \times 10^2$
A und I	5 und 6	$1{,}0 \times 10^8$	$2{,}17 \times 10^3$
B und $\mathfrak{J}$	2 und 3	$2{,}6 \times 10^7$	$1{,}3 \times 10^2$
C und K	2 und 3	$6{,}0 \times 10^7$	$6{,}7 \times 10^2$
C und K	5 und 6	$2{,}7 \times 10^7$	$1{,}3 \times 10^2$
D		$1{,}6 \times 10^8$	$5{,}12 \times 10^3$

Die mittlere Geschwindigkeit aus allen Ergebnissen habe ich benutzt, um den Wert von e/m zu bestimmen, der für die Reihe D angegeben ist. Die Werte für e/m in der vierten Spalte der Tabelle V sind nur für die Reihen A, B, C und D berechnet worden. Die in Tabelle IV angegebenen Werte für e/m sind in derselben Weise bestimmt worden, wie oben angegeben.

Es besteht eine große Verschiedenheit in den berechneten Werten der Geschwindigkeit und folglich auch in den Bestimmungen von e/m. Ein Grund hierfür ist zweifellos der Fehler, den die Messung der Spannung hineinbringt. Ferner kann, da die Geschwindigkeit durch die Ablenkung gemessen wird, ein großer Fehler infolge von Konvektionsströmen hineinkommen infolge der Erwärmung der Luft längs der Funkenbahn und infolge von Störungen der Luft durch rasche Druckänderungen längs der Funkenbahn.

Wie man beobachten kann, ist die Bahn des von der Spitze ausgehenden Stromes (außer bei der Funkenentladung im Magnetfeld) eine gerade Linie und keine gekrümmte Bahn. Es tritt, wenn überhaupt eine, jedenfalls nur eine sehr geringe Krümmung auf, um die gegenüberliegende Spitze zu erreichen. Wenn wir den Strom als ganz und gar aus Ionen bestehend ansehen, so können wir diese Erscheinung entweder durch die Voraussetzung erklären, daß die Ionen ihre Ladung unmittel-

bar nach dem Verlassen der Spitzen verlieren, oder durch die Annahme, daß jedem Ion eine konstante Beschleunigung nach zwei zueinander senkrechten Richtungen erteilt wird. Man kann sich vermutlich auch noch eine andere Ansicht bilden: Danach würde man den photographierten Strom als ein Gemisch von Ionen und Luftmolekülen unter anderem Druck als die umgebende Luft betrachten, und dieses Gemisch würde demnach einen anderen Brechungsindex haben als die umgebende Luft. Die Ionen gehen mit hoher Geschwindigkeit von der Spitze aus nach einer Richtung, die von den beeinflussenden Feldern abhängt. Sie treffen bald auf Luftmoleküle und teilen ihre Geschwindigkeit in großem Maße diesen mit. Dieses Bombardement auf die Luftmoleküle wirkt dahin, diese letzteren zu ionisieren und ihre Temperatur zu steigern, und die ursprünglichen Ionen gehen mit den ionisierten und den nicht ionisierten Luftmolekülen zusammen wenigstens eine kurze Strecke in der ursprünglichen Richtung weiter. Die nicht ionisierten Luftteilchen werden diese Bahn so lange weiter verfolgen, bis sie durch ihnen begegnende neue Moleküle zerstreut werden, während die Ionen, die zu stark zerstreut werden, und deren Geschwindigkeit zu sehr verringert worden ist, als daß sie einen scharf definierten Luftstrom hervorbringen könnten, auf irgendeinem anderen Wege nach der gegenüberliegenden Elektrode wandern.

Diese Auffassung erklärt den scheinbaren Widerspruch, daß der photographierte Strom nicht an der gegenüberliegenden Spitze endet, obgleich ein Elektrizitätsträger zwischen den Spitzen vorhanden sein muß. Dieselbe Hypothese können wir bei der Erklärung des zerstreuten Stromes anwenden, wenn dieser durch ein elektrostatisches Feld abgelenkt worden ist. Der Strom behält bei der magnetischen Ablenkung im Falle der Glimmentladung und der Büschelentladung praktisch seinen ursprünglichen Durchmesser über die gegenüberliegende Elektrode hinaus bei und läßt sich bei der Funkenentladung, trotzdem er zerstreut ist, doch fast bis an die gegenüberliegende Spitze verfolgen. Im Falle der elektrostatischen Ablenkung ist die Entladung ohne das transversale Feld genau so scharf definiert wie die Entladungen in den Reihen mit magnetischer Ablenkung; dagegen ist bei transversalem elektrostatischem Felde der Strom kurz und nicht so scharf definiert. Wenn die Ionen, die sich mit großer Geschwindigkeit bewegen, von der Spitze ausgehen und bald durch ihr Bombardement einen Luftstrom erregen, wobei sie zugleich ihre eigene Geschwindigkeit verringern, so werden sie sicherlich zerstreut werden, und ein Teil von ihnen wird zu den entgegengesetzt geladenen Platten, ein Teil zu der gegenüberliegenden Spitze gehen.

Ein paar Photogramme zeigen eigentümliche charakteristische Erscheinungen. Auf einigen gehen zwei Ströme von der positiven Spitze aus. Ich habe nicht in Erfahrung gebracht, ob dies von zwei Zweigen der Entladung herrührt, oder von einer Richtungsänderung der Entladung während der Exposition, aber die deutlichen Interferenzstreifen um den Strom deuten darauf hin, daß die erstgenannte Annahme richtig ist. Eine weitere Eigentümlichkeit ist die sonderbare Ablenkung des negativen Stromes in der Aufnahme Nr. 6*F*. Ich habe viele Aufnahmen und viele Beobachtungen mit der Mattglasscheibe gemacht, um zu versuchen, eine Wiederholung dieses Falles zu erhalten, aber ohne Erfolg.

Die Anregung zu der vorliegenden Untersuchung ist von Herrn Professor Arthur L. Foley von der Universität von Indiana ausgegangen. Ich möchte ihm und Herrn Professor R. R. Ramsey für ihre wertvollen Ratschläge während des Fortganges dieser Arbeit herzlich danken. Ferner möchte ich den Herren Professoren A. T. Jones und C. M. Smith von der Purdue-Universität für ihre kritischen Ratschläge bei der Abfassung dieses Berichtes danken.

Purdue-Universität, La Fayette, Indiana, USA.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 4. Juni 1913.)

Ergebnisse einer Untersuchung von Metallen auf Gleichrichterwirkung.

Von W. Winter.

Das Verhalten des Aluminiums, als Anode in gewissen Elektrolyten den Strom abzudrosseln, hat sich in den daraufhin angestellten Untersuchungen[1]) auch als Eigenschaft anderer Metalle herausgestellt. In neuester Zeit hat G. Schulze in einer Reihe von Abhandlungen[2])

1) S. F. Fischer gibt eine Literaturzusammenstellung in der Zeitschr. f. phys. Chem. **48**, 177, 1904; ferner M. Jacob, Sammlung elektrotechnischer Vorträge **9**, 1906; G. Schulze, Ann. d. Phys. **21**, 929, 1906.

2) G. Schulze, Ann. d. Phys. **22**, 543; **23**, 226; **24**, 43, 1907; **25**, 775; **26**, 372, 1908; **28**, 787, 1909; Zeitschr. f. Elektroch. **14**, 533, 1908; **18**, 326, 1912. Aus den letzten Jahren sind ferner anzuführen: A. H. Taylor, Ann. d. Phys. **30**, 787, 1909; A. P. Carman u. G. J. Bälzer, Phys. Rev. **30**, 776, 1910; N. Papalexi, Ann. d. Phys. **39**, 976, 1912.

die Klärung des Phänomens versucht und nachgewiesen, daß in rauchender Schwefelsäure außer Eisen, Nickel, Kobalt, auch Aluminium, Tantal, Magnesium, Kadmium, Zink, Antimon, Wismut, Kupfer, Zinn und Blei Ventilwirkung und Gleichrichtung ergeben. Im folgenden soll nun gezeigt werden, daß bei gewissen Maßnahmen die Reihe der gleichrichtenden Metalle und der wirksamen Elektrolyte noch vergrößert werden kann.

Nach den bisherigen Untersuchungen nimmt G. Schulze[1]) an, daß die Möglichkeit der Gleichrichtung bedingt ist durch die Ausbildung einer wirksamen Schicht auf den Metallen, die an sich nicht leitend sein kann, sondern durch Poren, welche in der Nähe des Metalls eine sehr kurze Gasstrecke, im übrigen den Elektrolyten enthalten, den Strom nur in der Richtung zum Metall wesentlich ungeschwächt durchläßt. Diese Verhältnisse legen den Gedanken nahe, auf solchen Metallen, die den zur Gleichrichtung erforderlichen Überzug nicht ausbilden, poröse Schichten anzubringen und deren Wirksamkeit zu erproben. Siehe auch G. Schulze[2]).

Bei meinen ersten Versuchen wurden Tonzellen mit einem Kupferring galvanisch versehen, mit verdünnter Schwefelsäure gefüllt und mit Hilfe einer Kohlenelektrode im Gleichstrom von 220 Volt eingeschaltet. War das Kupfer Anode, so zeigte die Zelle kräftige, bis fast gänzliche Stromabdrosselung, war das Kupfer Kathode, so trat der Strom in der angewandten Stärke von $1^1/_2$ Ampere fast unbehindert hindurch. Eine Zelle mit fest umgelegten Platinstreifen zeigte bei Anwendung von verdünnter Schwefelsäure diesen Unterschied nur sehr wenig. Der Umstand, daß das Platin nicht fest genug anliege, konnte nicht der Grund des Versagens sein; denn an der galvanisch verkupferten Zelle lockerte sich der Ring nach mehrmaligem Gebrauch sehr, und doch traten die Erscheinungen so gut wie vorher auf. Ja, es genügte eine Tonzelle mit einem blanken Kupferdraht einige Male zu umwinden, um das anodische Stromabdämmen des Kupfers ausgezeichnet auftreten zu lassen. Das Versagen der mit Platin belegten Zelle zeigt also, daß die Zellwand nicht die zur Gleichrichtung erforderliche Schicht auf den Metallen ersetzen kann; doch ist sie von wesentlichem Einfluß, da Kupfer, Nickel, Blei, Eisen als Elektroden direkt in verdünnte Schwefelsäure getaucht, keine Gleichrichtung von Wechselstrom ergeben, wohl aber, wenn man diese Metalle in Blechform auf die Zellwand bringt.

Orientierende Versuche ließen erkennen, daß der beobachtete Gleichstrom nicht durch elektromotorische Kräfte der Zelle bedingt sein kann; denn der bei dem in Rede stehenden Effekt auftretende Gleichstrom war unverhältnismäßig stärker als der, den die Zelle als galvanisches Element lieferte. Außerdem wurde bei vorhandenem Effekt an der Zelle ein Spannungsabfall von 40 bis 50 und mehr Volt gefunden. Ferner erschien bei bestehendem Effekt die in die verdünnte Schwefelsäure der Zelle tauchende Kohle- oder Metall-Elektrode stets als negativer Pol. Wurde ein Polarisationsstrom gefunden, so wies er in seiner Richtung immer auf den bei vorhandenem Effekt beobachteten Gleichstrom als Ursache hin.

In der Folge wurde zur Herstellung einer Zelle das zu untersuchende, möglichst chemisch reine Metall abgeschmirgelt und wieder poliert, soweit es angängig, in Blechstücken von rechteckiger Form und von $2^1/_2$ cm² Größe auf die sorgfältig gereinigte Tonzelle gelegt. Das Abschmirgeln ist erforderlich, weil vorhandene dickere Oxydschichten besonders bei Salzsäure als Elektrolyt zu Täuschungen Anlaß geben können. Durch einen Glimmerstreifen wurde die Zelle und das zu untersuchende Metall gegen die zur Befestigung dienenden Drähte isoliert. Ein über den Glimmerstreifen hervorragendes Stückchen des Metalls wurde nun über den Glimmer nach außen gebogen und hierüber, ebenfalls gegen die Zelle und die anderen Drähte isoliert, ein zur Zuleitung des Stromes dienender blanker Kupferdraht gelegt.

Die Elektrolyte wurden chemisch rein verwendet, mit destilliertem Wasser verdünnt. Der Grad der Verdünnung erwies sich in weiten Grenzen ohne Einfluß auf die Erscheinungen, er wurde so gewählt, daß eine gute Leitfähigkeit bestand und dann beigehalten.

Als Elektroden tauchten gewöhnlich in den Elektrolyten 2 mm starke Homogenkohlenstifte, die nur bei solchen Gelegenheiten, die es wünschenswert erscheinen ließen, durch metallische Elektroden, meist Platin, ersetzt wurden.

Den Wechselstrom lieferte ein kleiner Generator, der bei 60 Perioden einen Strom von 80 Volt Spannung und 0,8 Ampere Stärke erzeugte.

Mit der Zelle in Reihe wurde ein Hitzdraht- und ein Gleichstrom-Amperemeter geschaltet. Parallel zur Zelle lag ein Voltmeter und ein empfindliches Galvanometer. Selbstinduktionen wurden möglichst vermieden.

Trat einige Zeit nach erfolgtem Stromschluß Gleichrichtung ein, so wurde, um eine mög-

1) G. Schulze, Ann. d. Phys. **28**, 789, 1909.
2) G. Schulze, Zeitschr. f. Elektroch. 14, 333, 1908.

lichst andauernde gleichmäßige Wirkung zu erzielen, der Strom nötigenfalls auf geeignete Stärke einreguliert und die Instrumente von 2 zu 2 Minuten abgelesen. Während dieser Zeit wurde auch die Zelle im Auge behalten. Ein Beispiel möge die bei vorhandenem anodischen Effekt in einer Beobachtungsreihe auftretenden Verhältnisse wiedergeben: Es wurde reines Nickel bei Anwendung von verdünnter Schwefelsäure untersucht:

Tabelle I.

Zeit in Minuten	Hitzdraht-amperemeter	Gleichstrom-amperemeter	Voltmeter
0	0,75	—	4
2	0,70	0,080	20
4	0,56	0,054	38
6	0,53	0,052	41
8	0,50	0,050	42
10	0,43	0,042	50
12	0,40	0,032	52
14	0,30	0,010	60

Es gelten die angegebenen Zahlenwerte nur für diese Versuchsreihe. Insbesondere ist die Gleichstromkomponente nicht immer dieselbe. In Kalilauge wurde sie oft bis zum dreifachen Betrage, 0,25 Ampere, bestimmt. Ferner ist zu bemerken, daß auch bei sehr langer Versuchsdauer eine gänzliche Abdrosselung des Wechselstroms nicht eintrat, sondern daß ein Reststrom von 0,05 bis 0,1 Ampere zusammen mit einer sehr schwachen Gleichstromkomponente bestehen blieb.

Trat nach Verlauf einer längeren Zeit nach erfolgtem Stromschluß keine Gleichrichtung auf, so erwies sich in vielen Fällen eine Erhöhung der Stromdichte am Metallbelag von Erfolg. Reichte dann der beschriebene kleine Generator nicht aus, so wurde, da mir ein größerer Generator nicht jederzeit zur Verfügung stand, in einer Anzahl dieser Fälle eine Verkleinerung des Metallbelags vorgenommen, die zwar in Fällen der Aktivierungsmöglichkeit stets zum Ziele führte, jedoch sich umständlich und zeitraubend erwies. Bedeutend bequemer zeigte sich eine vorübergehende Erwärmung des Belags. Sie wurde in der Folge angewandt, zumal Proben an einem größeren Generator gezeigt, daß jede Belaggröße durch genügend starken Strom aktiviert werden kann. Freilich verliert man bei der Erwärmung die Möglichkeit einer vergleichenden Messung; doch fiel dieser Umstand nicht mehr ins Gewicht, nachdem erkannt war, daß nicht zu vermeidende Veränderungen der Zellwand die versuchten Messungen sehr beeinträchtigten.

Es zeigten sich auch Fälle, wo weder der Strom noch Erwärmung des Metallbelags eine merkliche Gleichrichtung veranlaßten. Dann hat man mit einer Unfähigkeit des Metalls in dem betreffenden Elektrolyten gleichzurichten zu rechnen. Doch ist es ratsam, hier vorsichtig zu prüfen; denn trotz sorgfältiger Kontrolle nicht immer auffindbare Einflüsse bewirken öfter ein Versagen, so daß es vieler Versuche bedarf, um mit ausreichender Gewißheit das Versagen des Metalls in dem betreffenden Elektrolyten zu behaupten.

Nach dem Versuche wurde das Metall von der Zelle entfernt, um das Vorhandensein einer Schicht zu ermitteln. Schichten wurden immer gebildet, wenn auch von sehr wechselnder Stärke und Beständigkeit. Es zeigten sich auch oft kräftige Einwirkungen auf die Zellwand, sie erschien angefressen, oder die Schichten waren mit dem Ton Verbindungen eingegangen, die sich durch Färbung der Wand verrieten und selbst durch Kochen der Zellen in verdünnter Salzsäure oder Salpetersäure und nachfolgendes tagelanges Wässern sich nicht immer wieder beseitigen ließen. Zuweilen war das Metall mit der Zelle so fest verbacken, daß beim gewaltsamen Abtrennen ein Stück Zellwand mit herausbrach. Solche Veränderungen der Zellwand können natürlich nicht ohne Einfluß auf vergleichende Messungen bleiben, und die daraufhin angestellten Versuche haben auch, wie bereits erwähnt, wenig Befriedigendes ergeben.

Leuchterscheinungen, wie sie bei Aluminium und einigen anderen Metallen auftreten, konnten der Versuchsanordnung zufolge nicht beobachtet werden. Funkenbildung wurde an den Rändern des Belags bisweilen beobachtet, jedoch nur, wenn die Schicht bereits stark ausgetrocknet war.

Folgende Tabelle gibt eine Übersicht über den Erfolg der angestellten zahlreichen Versuche, die in einigen Fällen bis über 20 ausgedehnt wurden. Jedes Feld mit *a* bedeutet darin, daß das betreffende Metall unter den beschriebenen Verhältnissen in dem zugehörigen Elektrolyten Stromabdrosselung als Anode zeigt. Leere Felder geben an, daß bei der gewählten Zusammenstellung kein anodischer Effekt beobachtet werden konnte.

Es zeigt sich, daß alle untersuchten Metalle ausnahmslos Gleichrichtung zeigen bei Verwendung von verdünnter Kalilauge. Bei Anwendung von verdünnter Schwefelsäure scheinen Chrom, Gold und Platin zu versagen. Jedenfalls konnte trotz vieler Versuche bei ihnen nur eine äußerst schwache und momentan wieder verschwindende Gleichstromkomponente beobachtet werden, von der man nicht nachweisen konnte, ob sie von einem sehr instabilen anodi-

Tabelle II.

	Mg	*Al*	*Zn*	*Cd*	*Fe*	*Co*	*Ni*	*Pb*	*Sn*	*Sb*	*Bi*	*Cu*	*Ag*	*Pt*	*Au*	*Cr*
H_2SO_4	*a*	*a*	*a*	*a*	*a*	*a*	*a*	*a*	*a*	*a*	*a*	*a*	*a*			
KOH	*a*	*a*	*a*	*a*	*a*	*a*	*a*	*a*	*a*	*a*	*a*	*a*	*a*	*a*	*a*	*a*
HCl				*a* gering	*a* gering					*a* gering			*a*			
HNO_3			*a*	*a*				*a* gering	*a*	*a* gering			*a* gering			

schen Effekt herrührt. Auffallend ist, daß wenn man die untersuchten Metalle — von Chrom abgesehen — ihrer Lösungstension nach ordnet, bei Verwendung von verdünnter Schwefelsäure die beiden ersten Glieder dieser Reihe anodischen Effekt ohne Hilfsschicht zeigen; die Tonzelle ist bei ihnen, weil sie zu dicke Schichten entstehen läßt, eher hinderlich. Die folgenden Glieder zeigen dann kräftigen anodischen Effekt nur mit Hilfsschicht, wohingegen die letzten beiden Glieder auch dann versagen. Die Ausnahme Chrom, die in verdünnter Schwefelsäure versagt, erweist sich in Kaliumsulfat aber als kräftiger Gleichrichter. Quecksilber, das rein nicht untersucht worden ist und deshalb in der Tabelle nicht angeführt wird, ergab als Amalgamschicht auf Gold in verdünnter Schwefelsäure ebenfalls gute anodische Stromabdrosselung. Völlig ergebnislos verliefen aus begreiflichen Gründen die Untersuchungen bei Kalium und Natrium. Salzsäure und Salpetersäure sind der Tabelle 2 nach weniger geeignet, mit den Metallen wirksame Schichten zu bilden.

Außer Natronlauge ergeben auch noch Kaliumsulfat, Ammoniumphosphat, Chromsäure, salpetrigsaures Kalium nicht nur mit Magnesium und Aluminium, sondern auch anderen Metallen der Reihe Gleichrichterwirkung; doch sind diese Fälle nicht für alle in der Tabelle 2 aufgeführten Metalle untersucht.

Es ist nach den bisherigen Erfahrungen wahrscheinlich, daß sich die Zahl der wirksamen Elektrolyte noch vermehren läßt.

Man kann nun geneigt sein, die beobachtete anodische Stromabdämmung einem Wehneltеffekt zuzuschreiben in der Art, daß man sich die zwischen Metallbelag und Tonzelle gebildete Schicht von Öffnungen durchsetzt denkt, die dann in Verbindung mit dem Metallbelag und dem Elektrolyten ein ganzes System parallel geschalteter Wehneltunterbrecher darstellen. Es sei bei dieser Gelegenheit auf die Versuche von Mitkiewicz[1]) hingewiesen. Doch ragt bei obiger Vorstellung der Metallstift, nicht wie gewöhnlich, aus der ihn umgebenden isolierenden Hülle hervor, sondern ist in diesem Falle in dieselbe zurückgezogen. In dieser Form aber wirkt ein Wehnelt in Wechselstrom so, daß die durch den Stift in den Elektrolyten eintretende Strommenge größer ist als die, welche durch den Stift die Flüssigkeit verläßt. Zu den diesbezüglichen Versuchen wurde als Wehneltanode ein ungefähr $^1/_2$ mm starker Reinnickeldraht in eine sehr starkwandige Glaskapillare von $^1/_2$ mm lichter Weite so weit eingeführt, daß er mit der Endfläche der Kapillare glatt abschnitt. Der noch zwischen Draht und Kapillare vorhandene Hohlraum wurde durch Einsaugen von Siegellack in die Kapillare ausgefüllt und über das zur Klemme führende Drahtende und einen Teil der Kapillare ein starkwandiger Gummischlauch zur Abdichtung gegen den Elektrolyten gezogen. Als zweite Zuleitung des Stroms in den Elektrolyten diente ein Platinblech. Es empfiehlt sich, einmal mit Rücksicht auf das in der Metallbelagschicht vermutete Wehneltsystem, sodann aber auch des besseren Funktionierens halber die Anode horizontal in die Flüssigkeit zu betten. Diese Anordnung lieferte in verdünnter Schwefelsäure, Kalilauge oder Salzsäure bei einer am Hitzdrahtamperemeter gemessenen Stromstärke von 0,72 Ampere und 80 Volt Klemmspannung des früher beschriebenen Wechselstromgenerators eine dauernde Gleichstromkomponente von 0,12 Ampere, wobei sich aus der Versuchsanordnung stets der erwähnte kathodisch geringere Stromdurchtritt durch den Stift ersehen ließ. Die Annahme eines Wehnelteffekts für die bei den Metallbelagen beobachteten anodischen Effekte stößt also auf Widerspruch.

Ein Wehnelteffekt der beschriebenen Art wäre schon eher denkbar bei einer Gleichstromkomponente, die einer kathodischen Stromabdrosselung entspricht, welche Aluminium, Chrom, Platin in Salzsäure, Aluminium und Gold in Salpetersäure zeigten. Doch bedürfen diese Fälle noch der weiteren Untersuchung, um Bestimmtes zu behaupten.

Bei Beantwortung der Frage, warum die

1) Mitkiewicz, diese Zeitschr. **2**, 747, 1901.

meisten der untersuchten Metalle mit Hilfsschicht Gleichrichtung ergeben, nicht aber, wenn sie direkt in den Elektrolyten tauchen, erweist sich die Tonschicht, wie schon früher klargelegt, nur von sekundärer Wirkung. Indem sie den Zutritt der wässerigen Lösung zu den zu untersuchenden Metallbelagen beschränkt, schafft sie die Möglichkeit einer hohen Konzentration der bei der Elektrolyse entstehenden Produkte und verhindert so die bei vielen direkt in die wässerige Lösung des Elektrolyten tauchenden Elektroden zu schnell erfolgende Wiederauflösung der die wirksame Schicht bildenden Substanzen. Diese Ansicht wird noch gestützt durch folgenden Versuch: Kupfervitriolkristalle wurden fein zerrieben, das Pulver in ein größeres Reagenzglas gefüllt und in die Masse eine Homogenkohle und ein blanker Kupferstab von 3 mm Dicke 5 cm tief als Elektroden gesteckt. Schaltete man diese Vorrichtung in Wechselstrom und feuchtete das Kupfervitriol so weit an, daß eben Leitfähigkeit vorhanden, so trat kräftige Abdämmung des Stroms bei Kupfer als Anode ein. Wurde die am Kupfer gebildete Schicht entfernt, so trat erst, nachdem sich eine neue gebildet, wieder Gleichrichtung ein, die aufhörte, sobald zuviel destilliertes Wasser zugesetzt wurde.

Da demnach die zwischen Metallbelag und Tonwand herrschende Konzentration maßgebend ist, so erklärt sich damit die früher erwähnte weite Unabhängigkeit des Effekts von der Konzentration des verwendeten Elektrolyten.

Schichtbildung allein genügt aber auch noch nicht, die Gleichrichtung in den untersuchten Fällen zu erklären. Schichtbildung trat, wie schon erwähnt, auch in Fällen auf, wo kein anodischer Effekt festgestellt werden konnte. Es sind also auch an die auf den Metallen unter der Hilfsschicht erzeugten Schichten noch besondere Anforderungen zu stellen, und da neben galvanischen auch Wehnelt-Effekte ausgeschlossen sind, so bleibt im wesentlichen eine Übertragung der beim anodischen Verhalten des Aluminiums vorhandenen Schichtverhältnisse auf die vorliegenden Fälle allein übrig, wobei die Wahrscheinlichkeit dieses Schlusses noch vergrößert wird durch den Umstand, daß es G. Schulze[1]) gelungen ist, bei Eisen als Gleichrichter in Schwefelsäure von 89% ein Oszillogramm aufzunehmen, das dem des Aluminiums als Ventilmetall täuschend ähnlich ist.

Die Wirkung der Zellwand wird noch unterstützt durch das Verdampfen des Lösungsmittels durch die vom Strom erzeugte Wärme. Die Metallbelage fühlten sich beim Arbeiten der Zellen stets heiß an. Zu starkes Verdampfen bedingt freilich eine schnelle Abnahme der Leitfähigkeit der gebildeten Schicht bis zu einem fast gänzlichen Abdrosseln des Stroms und damit eine stets beobachtete Verminderung des Gleichrichtereffekts. Die Erhöhung der Leitfähigkeit durch Wärme, welche die gebildeten Schichten sich schneller auflösen läßt, kommt unter den gegebenen Verhältnissen nur wenig in Betracht, obwohl sie zu Beginn der Versuche stets konstatiert werden konnte.

Aus diesen Wirkungen der Wärme erklärt sich denn auch der günstige Einfluß, den ein vorübergehendes Erwärmen des Metallbelags bei zu schwachem Strom auf das Zustandekommen des anodischen Effekts ausübt. Klar tritt auch die Schichtbildung begünstigende und die vorhandene Schicht erhaltende Wirkung der Wärme in folgender, häufig beobachteter Erscheinung zutage: Wird bei zu schwachem Strom durch künstliches Erwärmen zunächst eine Aktivierung der Zelle herbeigeführt, so schwindet diese wieder in einiger Zeit nach dem Entfernen der Wärmequelle. Die Instrumente lassen dabei folgendes erkennen: Zu Beginn des Effekts nimmt die vom Hitzdraht anfänglich angezeigte Stromstärke ab. Einige Zeit nach Entfernung der Wärmequelle steigt die Stromstärke dann wieder an, wobei der gleichrichtende Effekt zunächst wieder zunimmt. Erreicht dann die vom Hitzdraht angezeigte Stromstärke fast ihre anfängliche Größe wieder, so wird der Effekt geringer und verschwindet vollständig beim Wiedererreichen der ursprünglichen Stärke des Wechselstroms. Hierin zeigt sich, daß die von dem schwachen Strom unter Hilfe der künstlich zugeführten Wärme gebildete Schicht sich nach dem Entfernen der Wärmequelle den auflösenden Einflüssen gegenüber nicht halten konnte, weil der Strom die schichtbildende Substanz nicht ausreichend wieder ergänzte und die durch ihn erzeugte Wärme das andringende Lösungsmittel nicht genügend verdampfte.

Nach den Erklärungen bedingen aber die bei bestehendem Gleichrichtereffekt sich abspielenden Vorgänge einen labilen Zustand der besten Wirksamkeit der Zellen, und dieser ist bei den Versuchen immer beobachtet worden. Zu starker Strom verursacht aus den vorhin angegebenen Gründen eine sehr bald eintretende Verringerung des bestehenden Effekts. Zu schwacher Strom aber läßt keine Gleichrichtung entstehen und eine vorhandene verschwinden. Durch Regulieren der Stromstärke aber kann man den Zustand der besten Wirksamkeit lange aufrecht erhalten.

1) G. Schulze, Zeitschr. f. Elektroch. **18**, 329, 1912.

Endlich läßt sich auch ein gewisser Einfluß der elektrischen Endosmose vermuten insofern, als sie in der Phase des Stroms, in der das Metall Kathode ist, immer wieder Flüssigkeit durch die Tonwand an die Schicht auf dem Metall heranführt und so die Geschwindigkeit des Wachsens und Austrocknens dieser bei starkem Strom vermindert, bei schwachem Strom aber die Vernichtung beschleunigt.

Zusammenstellung der Ergebnisse.

Es ist für gewisse, in der Arbeit näher beschriebene Verhältnisse die anodische Stromabdrosselung für 16 Metalle in 4 verschiedenen Elektrolyten systematisch untersucht worden. Dabei erwiesen in verdünnter Kalilauge sich als wirksam: *Mg, Al, Zn, Cd, Fe, Co Ni, Pb, Sn, Sb, Bi, Cu, Ag, Pt, Au, Cr*, in verdünnter Schwefelsäure die eben genannten, mit Ausnahme von *Cr, Pt, Au*. Eine Amalgamschicht von *Hg* auf *Au* ergab in verdünnter Schwefelsäure ebenfalls anodische Stromabdämmung. Salzsäure und Salpetersäure erwiesen sich weniger geeignet, mit den Metallen wirksame Schichten zu bilden. Außer den in der Tabelle 2 angegebenen Elektrolyten befähigen noch andere, die zum Teil in der Arbeit angegeben sind, viele der untersuchten Metalle zur anodischen Stromabdrosselung. —

Galvanische und Wehnelt-Effekte vermögen die beobachteten Erscheinungen nicht zu erklären.

Als wesentlicher Umstand zur Erklärung des gleichrichtenden Verhaltens derjenigen Metalle, die in den betreffenden wässerigen Elektrolyten direkt eingetaucht die in Rede stehende Erscheinung nicht zeigen, wurde die durch die Versuchsanordnung gegebene Möglichkeit einer hohen Konzentration der bei der Elektrolyse entstehenden Produkte ermittelt, die eine in wässerigem Elektrolyten zu schnell erfolgende Wiederauflösung der wirksamen Schicht verhindert.

Der beobachtete Effekt ist insofern labil, als zum Aufrechterhalten einer möglichst günstigen Wirkung Neubildungs- und Auflösungsgeschwindigkeit der vorhandenen Schicht möglichst gleich zu machen sind.

Hagen, den 4. Juni 1913.

(Eingegangen am 13. Juni 1913.)

Zur Turbulenzreibung des Wassers. II[1].

Von Walther Sorkau.

Bisher hatte ich als Gebiet der Hagenschen Turbulenz nur den Teil meiner Reibungskurven aufgefaßt, der sich in logarithmischer Darstellung von der Stelle der Diskontinuität an abwärts ganz offensichtlich als gerade Linie gezeigt hatte; das danach folgende, stark gekrümmte Stück hatte ich als ein Gebiet des Übergangs nach der Poiseuilleschen Strömung unbeachtet gelassen. Einer Aufforderung von Herrn G. Mie[1]) folgend, habe ich nun auch versucht, das letztere Stück in Form einer Gleichung auszudrücken. Wenn für das geradlinige obere Ende die Gleichung

$$p^n \cdot t = 10^m$$

gilt, so muß für das nach unten sich krümmende Übergangsstück der Exponent n wachsen, und zwar muß dieses Wachstum in einen Zusammenhang gebracht werden mit der Druckabnahme; die Gleichung müßte also von der Form

$$p^{n-n_1 \cdot \log p} \cdot t = 10^m$$

sein, oder in anderer Fassung:

$$-\log t = -m + n \cdot \log p - n_1 (\log p)^2.$$

Wenn n_1 nun gleich $\frac{n^2}{4m}$ wäre, so ließe sich die rechte Seite auf die Form

$$\left(\sqrt{m} - \frac{n}{2\sqrt{m}} \cdot \log p\right)^2$$

bringen, und man hätte dann die Gleichung:

$$-\sqrt{\log t} = -\sqrt{m} + \frac{n}{2\sqrt{m}} \cdot \log p.$$

Wählte man also ein Koordinatensystem mit $\frac{\log p}{\sqrt{\log \frac{1}{t}}}$-Koordinaten für die graphische Darstellung, so müßte die bisherige Kurve sich in eine gerade Linie umwandeln, die dann leicht durch die Methode der kleinsten Quadrate ausgeglichen werden könnte. Ein Versuch ergab nun in der Tat, daß der Ersatz der Werte von $\log \frac{1}{t}$ durch ihre Quadratwurzeln auf der Ordinatenachse auf eine gerade Linie führt. Die Ausgleichsrechnungen lieferten die folgenden Werte[2]):

Temperatur	m	n	$\frac{n^2}{4m}$
4°	1,80609	0,7598806	0,07992639
15	1,74021	0,7167390	0,0738006
20	1,71977	0,6979030	0,0708043
25	1,70213	0,6821624	0,0683477
35	1,66702	0,6627990	0,0658815
40	1,65455	0,6553710	0,0648984

1) I: Diese Zeitschr. **14**, 759, 1913.

1) Diese Zeitschr. **14**, 93—95, 1913.

2) Für 15° und 25° wurden die für ein kleineres Volumen gefundenen Zahlenreihen nach Multiplikation der Durchflußzeiten mit dem Faktor 1,199 benutzt (siehe diese Zeitschr. **12**, 582—595, 1911).

Die Übereinstimmung zwischen den beobachteten und den berechneten Werten von t ist befriedigend; ich gebe hier die Zahlenreihen für 20° und 35°:

Temperatur: 20° C.

p	t beob.	t ber.	Diff.	p	t beob.	t ber.	Diff.
2,686	27,1	27,1	0,0	1,299	43,9	43,8	+0,1
2,683	27,4	27,15	+0,25	1,205	46,0	46,1	−0,1
2,542	28,1	28,1	0,0	1,130	47,9	48,2	−0,3
2,463	28,3	28,7	−0,4	1,044	50,9	50,9	0,0
2,331	29,8	29,7	+0,1	0,970	53,4	53,6	−0,2
2,244	30,6	30,45	+0,15	0,892	56,7	56,85	−0,15
2,169	31,1	31,1	0,0	0,821	60,0	60,3	−0,3
2,056	32,1	32,2	−0,1	0,756	63,7	63,9	−0,2
2,010	33,0	32,7	+0,3	0,695	67,5	67,9	−0,4
1,957	33,5	33,3	+0,2	0,638	72,5	72,25	+0,25
1,856	34,3	34,5	−0,2	0,581	77,5	77,3	+0,2
1,799	35,2	35,2	0,0	0,525	83,2	83,3	−0,1
1,730	36,2	36,1	+0,1	0,511	84,5	85,0	−0,5
1,692	36,7	36,65	+0,05	0,458	92,2	92,15	+0,05
1,606	38,1	37,95	+0,15	0,392	103,5	103,6	−0,1
1,567	38,8	38,6	+0,2	0,344	115,1	114,4	+0,7
1,492	39,6	39,85	−0,25	0,294	130,2	129,1	+1,1
1,476	40,2	40,15	+0,05	Mittlerer Fehler in Sek.: +0,3			
1,383	41,7	41,95	−0,25				

Temperatur: 35° C.

p	t beob.	t ber.	Diff.	p	t beob.	t ber.	Diff.
2,196	28,0	28,1	−0,1	1,138	42,7	42,65	+0,05
2,160	28,6	28,35	+0,25	1,054	45,1	44,9	+0,2
2,137	28,7	28,55	+0,15	0,966	47,1	47,5	−0,4
2,137	28,6	28,55	+0,05	0,904	49,7	49,7	0,0
2,052	29,4	29,3	+0,1	0,834	52,7	52,45	+0,25
2,043	29,2	29,35	−0,15	0,766	55,6	55,55	+0,05
1,939	30,1	30,3	−0,2	0,717	58,2	58,1	+0,1
1,836	31,5	31,4	+0,1	0,648	62,5	62,25	+0,25
1,730	32,4	32,6	−0,2	0,596	65,9	66,0	−0,1
1,625	34,0	33,9	+0,1	0,547	69,9	70,0	−0,1
1,516	35,2	35,4	−0,2	0,503	74,2	74,25	−0,05
1,416	37,2	37,0	+0,2	0,454	79,7	79,8	−0,1
1,325	38,4	38,65	−0,25	0,394	88,7	88,5	+0,4
1,231	40,5	40,5	0,0	0,354	95,1	95,45	−0,35

Mittlerer Fehler in Sekunden: ±0,2.

Die Gleichung von der Form

$$p^{n-\frac{n^2}{4m}\cdot\log p}\cdot t = 10^m$$

mit nur zwei Konstanten ist also zulässig zur Annäherung der Resultate. Für die Tangente an den durch sie dargestellten Parabelast erhält man durch Differentiation die Gleichung:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{d\left(\log\frac{1}{t}\right)}{d(\log p)} = +n - \frac{n^2}{2m}\cdot\log p\cdot$$

Wird $\operatorname{tg}\alpha = 1$, so verliert die Parabel ihre physikalische Bedeutung; denn man gelangt dann in die Poiseuillesche Strömung. Der kritische Druck, bei welchem die Parabelgleichung ihre Gültigkeit verliert, ist gegeben durch:

$$n - \frac{n^2}{2m}\cdot\log p = 1,$$

woraus

$$\log p_{\text{crit}} = \frac{(n-1)\,2m}{n^2}.$$

Setzt man dies in die Parabelgleichung ein, so erhält man für die kritische Durchflußzeit den Wert

$$\log t_{\text{crit}} = \frac{m}{n^2},$$

und die Poiseuillesche Reibungskonstante k berechnet sich dann durch:

$$\log p + \log t = \frac{2m(n-1)}{n^2} + \frac{m}{n^2} = \frac{m(2n-1)}{n^2},$$

woraus

$$p\cdot t = 10^{\frac{m(2n-1)}{n^2}} = k.$$

In der nachfolgenden Tabelle finden sich die auf diesem Wege gefundenen kritischen Daten zusammen mit der Reibungskonstante k.

Temperatur	p_{crit}	t_{crit}	$k_{\text{Poiseuille}}$
4°	0,03147	1343	42,3
15	0,01205	2440	29,4
20	0,00730	3395	25,0
25	0,00473	4548	21,5
35	0,00276	6232	17,2
40	0,00221	7114	15,75

Daß diese Werte nicht besonders genau sein können, läßt sich voraussagen. Bei der Ausgleichung der Geraden in dem $\frac{\log p}{\sqrt{\log\frac{1}{t}}}$-Koordinatensystem bewirken die bei kleinen Drucken gemessenen Durchflußzeiten, die nicht mehr auf Genauigkeit Anspruch erheben können, da die Drucke, weil mit einem Quecksilbermanometer gemessen, nicht mehr zuverlässig sind, auf die Neigung der durchgelegten Geraden einen großen Einfluß, so daß die Größe von $\frac{n}{2\sqrt{m}}$ dadurch etwas fehlerhaft wird. Da der Schnittpunkt der Geraden mit der Ordinatenachse dadurch wenig berührt wird, also $\sqrt{m}$ ziemlich konstant bleibt, so kommt der gesamte Fehler auf die Größe $\frac{n}{2}$, verdoppelt sich also für n, und da die Logarithmen der kritischen Daten sämtlich n^2 im Nenner haben, so potenziert er sich für diese; sucht man dann den zugehörigen Numerus, um die kritischen Daten selber zu erhalten, so wächst der Fehler noch um ein Beträchtliches. Da ich bei meiner Untersuchung über die Alkohole das Übergangsgebiet bei ge-

nügend hohen Drucken in den Apparat hineinbekomme, so habe ich die Möglichkeit, die durch Berechnung gefundenen Werte auf ihre Zulässigkeit zu prüfen. Vermutlich sind sie etwas zu klein; wenigstens deutet darauf ein Vergleich der relativen Werte von k mit den nach dem Landolt-Börnstein berechneten hin:

Temperatur	Relative Werte von k	
	gefunden	berechnet nach Landolt-Börnstein
4°	1,439	1,364 [1]
15	1,000	1,000
20	0,850	0,876
25	0,731	0,782
35	0,585	0,629
40	0,536	0,572

Soviel ergibt sich aber doch wohl aus den erhaltenen Werten, daß der Druck, bei dem die Poiseuillesche Strömung gerade noch beständig ist, mit steigender Temperatur sich sehr rasch vermindert. Ob man daher wirklich Poiseuillesche Reibung mißt, wenn man eine Flüssigkeit im Ostwaldschen Reibungsröhrchen bis hinan an den Siedepunkt untersucht, erscheint mir hiernach recht zweifelhaft.

Wird $\operatorname{tg}\alpha$ ungefähr gleich $\frac{2}{3}$, so geht die Parabel in die für das Gebiet der reinen Hagenschen Turbulenz geltende gerade Linie über. Bei 35° schneidet die Parabel die X-Achse unter einem Winkel, dessen Tangente zu 0,663 gefunden wurde; die erforderliche Neigung ist damit erreicht. Für 40° lassen sich die Beobachtungen noch in gleicher Genauigkeit durch Parabel und Gerade ausdrücken:

A. Ausgleichung mittels der Geraden:

$$-\log t = -1{,}6566 + 0{,}6545 \cdot \log p .$$

t beob.	t ber.	Differenz	t beob.	t ber.	Differenz
30,0	30,05	−0,05	40,2	40,25	−0,05
30,6	30,7	−0,1	41,3	41,7	−0,4
31,0	30,75	+0,25	43,3	43,2	+0,1
31,1	30,85	+0,25	45,3	45,3	0,0
31,3	31,2	+0,1	47,2	47,35	−0,15
31,7	31,8	−0,1	49,0	49,15	−0,15
33,0	32,8	+0,2	51,4	51,6	−0,2
34,0	34,05	−0,05	54,2	54,3	−0,1
35,2	35,2	0,0	57,8	57,7	+0,1
36,3	36,3	0,0	62,3	61,9	+0,4
37,2	37,55	−0,35	66,0	66,3	+0,5
39,0	38,85	+0,15			

Mittlerer Fehler: ±0,2 Sek.

1) Interpoliert.

B. Ausgleichung mittels der Parabel:

$$-\log t = -1{,}65455 + 0{,}655371 \cdot \log p - 0{,}0648984\,(\log p)^2 .$$

t beob.	t ber.	Differenz	t beob.	t ber.	Differenz
30,6	30,8	−0,2	43,3	43,0	+0,3
30,6	30,85	−0,25	45,3	45,1	+0,2
31,0	30,9	+0,1	47,2	47,15	+0,05
31,1	31,0	+0,1	49,0	48,95	+0,05
31,3	31,3	0,0	51,4	51,4	0,0
31,7	31,9	−0,2	54,2	54,2	0,0
33,0	32,9	+0,1	57,8	57,65	+0,15
34,0	34,1	−0,1	62,3	62,0	+0,3
35,2	35,2	0,0	66,6	66,6	0,0
36,3	36,25	+0,05	73,7	73,3	+0,4
37,2	37,5	−0,3	86,2	86,4	−0,2
39,0	38,75	−0,25	104,4	105,3	−0,9
40,2	40,1	+0,1	132,5	132,8	−0,3
41,3	41,5	−0,2			

Mittlerer Fehler: 0,25 Sek.

Darüber hinaus versagt die Parabel, wenigstens in der von mir angesetzten Form, und die Gerade verdient den Vorzug. Man sieht das sehr deutlich bereits bei der Temperatur von 50°:

A. Ausgleichung durch die Gerade:

$$-\log t = -1{,}63136 + 0{,}65943 \cdot \log p .$$

t beob.	t ber.	Differenz	t beob.	t ber.	Differenz
36,1	36,3	−0,2	47,7	47,5	+0,2
36,6	36,55	+0,05	49,7	49,45	+0,25
37,1	37,2	−0,1	51,5	51,6	−0,1
37,7	37,5	+0,2	54,5	54,6	−0,1
38,6	38,65	−0,05	57,6	57,5	+0,1
39,9	39,9	0,0	61,8	62,2	−0,4
41,4	41,35	−0,05	65,9	66,15	−0,25
42,8	42,7	+0,1	71,7	71,5	+0,2
44,1	44,15	−0,05	77,1	77,2	−0,1
45,8	45,9	−0,1	84,4	84,1	+0,3

Mittlerer Fehler: ±0,18 Sek.

B. Ausgleichung mittels der Parabel:

$$-\log t = -1{,}63072 + 0{,}641589 \cdot \log p - 0{,}0631065 \cdot (\log p)^2 .$$

t beob.	t ber.	Differenz	t beob.	t ber.	Differenz
36,1	36,45	−0,35	47,7	47,35	+0,35
36,6	36,7	−0,1	49,7	49,25	+0,45
37,1	37,3	−0,2	51,5	51,35	+0,15
37,7	37,65	+0,05	54,5	54,35	+0,15
38,6	38,7	−0,1	57,6	57,3	+0,3
39,9	39,9	0,0	61,8	62,0	−0,2
41,4	41,3	+0,1	65,9	66,05	−0,15
42,8	42,6	+0,2	71,7	71,6	+0,1
44,1	44,1	0,0	77,7	77,55	−0,45
45,8	45,75	+0,05	84,4	84,85	−0,45

Mittlerer Fehler: ±0,25 Sek.

Zwar ist der Unterschied in den mittleren Fehlern nicht von Bedeutung, doch sieht man deutlich, wie bei der zweiten Art der Ausgleichung sich die Differenzen mit positivem Vorzeichen in der Mitte anhäufen, während die negativen Differenzen an den beiden Enden auftreten.

Für das obere Gebiet der turbulenten Strömung bis hinan an die Sprungstelle ist demnach die Ausgleichung der Beobachtungen durch die Gerade das gegebene. Da mich bei meinen molekulartheoretischen Untersuchungen nur dieser Teil interessiert, so werde ich mich fortan stets bemühen, die Temperatur so weit zu steigern, bis das geradlinige Stück einwandsfrei realisiert ist.

Buenos Aires, Chemische Abteilung am Instituto Nacional del Profesorado Secundario, 18. Juni 1913.

(Eingegangen 15. Juli 1913.)

Die Koerzitivkraft des Nickels in ihrer Temperaturabhängigkeit.

(Vorläufige Mitteilung.)

Von R. Gans.

Nach der magnetometrischen Methode habe ich die Temperaturabhängigkeit der Koerzitivkraft des Nickels innerhalb weiter Temperaturgrenzen gemessen.

Die Ergebnisse dieser Untersuchung sind folgende:

1. Die Koerzitivkraft ist eine eindeutige Funktion der Temperatur, unabhängig von der Vorgeschichte. Sie hat also denselben Wert, gleichgültig, ob die betreffende Temperatur von niedrigeren oder höheren Temperaturen aus erreicht ist.

2. Durch die folgende Tabelle sind die beobachteten Zahlenwerte dargestellt.

Absolute Temperatur T	Koerzitivkraft C
$273^0 - 185^0$	28,99 Gauß
$273^0 - 79^0$	27,55 „
$273^0 + 15^0$	25,52 „
$273^0 + 123^0$	21,25 „
$273^0 + 207^0$	15,72 „
$273^0 + 286^0$	9,189 „
$273^0 + 339^0$	3,918 „

3. Die Beobachtungen lassen sich durch folgendes Formelsystem ausdrücken:

Bezeichnen wir zur Abkürzung:

$$L(x) = \operatorname{ctgh} x - \frac{1}{x}, \qquad (1)$$

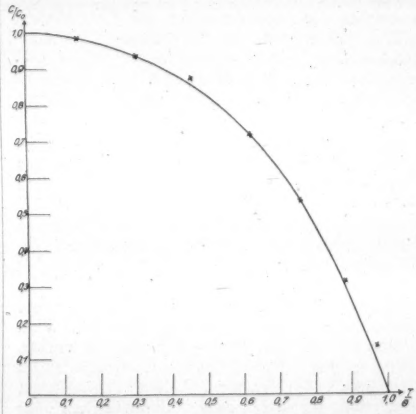
so ist

$$\frac{C}{C_0} = \frac{3L(x)}{x} \qquad (2)$$

$$\frac{T}{\Theta} = L(x) \qquad (3)$$

die Abhängigkeit der Koerzitivkraft C von der absoluten Temperatur T in Parameterdarstellung.

C_0 bedeutet die Koerzitivkraft beim absoluten Nullpunkt, Θ die Curiesche Temperatur des Verschwindens des Ferromagnetismus. Nach P. Weiß[1]) hat Θ den Wert $\Theta = 273^0 + 358^0 = 631^0$, während wir C_0 den Wert $C_0 = 29{,}40$ Gauß beilegen.



Das Diagramm stellt C/C_0 als Funktion von T/Θ dar, und zwar ist die ausgezogene Kurve die nach (1), (2) und (3) berechnete, während die Kreuze die Beobachtungen bedeuten.

Wie man sieht, ist die Übereinstimmung befriedigend.

1) Vgl. O. Bloch, Über die magnetischen Eigenschaften der Nickel-Kobalt-Legierungen. Diss. Zürich 1912. S. 42.

La Plata, Instituto de Física, 17. Juni 1913.

(Eingegangen 9. Juli 1913.)

Die Fresnelschen Beugungserscheinungen.

(Photographische Aufnahmen von A. Berkmann und N. Yakovlev.)

Von W. Arkadiew[1]).

(Mit Tafel XXXVI—XLI.)

Die vorliegenden photographischen Aufnahmen stellen ein Resultat der Anwendung der Photographie zur Aufdeckung und Fixierung der Beugungserscheinungen von Fresnel dar; sie wurden nach meiner Anregung von den Hörern der Moskauer Städtischen Universität den Herren A. Berkmann, E. Taranow und N. Yakovlev angefertigt und hatten zum Ziel einige der wichtigsten Momente in der Geschichte der experimentellen und theoretischen Untersuchung dieser Erscheinung wiederzugeben[2]).

Die Methode.

Versteht man unter der Lichtbeugung die Abweichungen der Lichtausbreitung von den Gesetzen der geometrischen Optik, welche bei der unfreien Ausbreitung der ein Hindernis treffenden Lichtwellen hervortritt, so muß diese Erscheinung sich besonders in den Fällen bemerklich machen, wo an die Geradlinigkeit der Lichtstrahlen die höchsten Anforderungen gestellt werden.

Die Fresnelsche Beugung tritt bei der einfachsten Erscheinung hervor, welcher die geradlinige Lichtfortpflanzung zugrunde liegt, nämlich bei der Erzeugung des Schattens, welcher den äußeren Umriß des Gegenstandes wiederholt. Wählen wir deshalb die Bedingungen so, daß sie die strenge Geradlinigkeit der Strahlen fordern und zur Erzeugung des scharfen Schattens am günstigsten sind, so erhalten wir eine zum Hervorrufen der genannten Erscheinung vorteilhafte Versuchsanordnung. Diese Bedingungen sind hier: eine größere Entfernung des Gegenstands von dem Schirme, auf welchem wir die Schatten beobachten (Schattenschirm) und die Verminderung des Halbschattens durch die Verkleinerung der Dimensionen der Lichtquelle und durch deren Entfernen von dem Beugungsschirm.

Die vorliegenden Aufnahmen sind bei der Entfernung der Lichtquelle vom Schattenschirm von ca. 39 m erhalten. Als Lichtquelle diente eine kleine runde oder spaltförmige Öffnung in einer metallischen Platte, nicht mehr als 1,5 mm weit. Sie soll so gewählt werden, daß der Winkeldurchmesser, unter welchem die Lichtquelle vom Beugungsschirm aus gesehen wird, kleiner ist als der Winkeldurchmesser der Breite der Beugungsstreifen, von daselbst aus gesehen. Bei den Versuchen mit weißem Licht wurden die Enden der Bogenkohlen (Wechselstrom 30 A) auf die Öffnung dieses Diaphragma projiziert; beim Photographieren im monochromatischen Lichte wurde die Öffnung des Diaphragma in den Brennpunkt des Fernrohrs eines Spektroskops gestellt, auf dessen Spalt diese Kohlenenden projiziert waren. Die aus der Öffnung in der Platte herausgehenden Strahlen treffen in der Entfernung a den Beugungsschirm und in einer Entfernung b von dem Beugungsschirm fallen die Lichtstrahlen senkrecht auf eine photographische Platte. Die Expositionszeit für die Platten von mittlerer Empfindlichkeit (bei $a + b = 39$ m) war ungefähr 3 Minuten im weißem Licht und bis 10 und 15 im blauen ($\lambda = 0{,}46\ \mu$). Alle Vorversuche bei der Ausarbeitung dieser Methode wurden von dem Herrn Hörer E. Taranow ausgeführt.

Die Aufnahmen.

Wie ich schon gesagt habe, hatten die Aufnahmen zum Ziel einige der wichtigsten Momente in der Geschichte des Studiums dieser Erscheinung darzustellen.

Die erste ausführliche Beschreibung der Erscheinung finden wir bei Grimaldi[1]), welcher sie als Diffraktion bezeichnet hat. Er untersuchte die gefärbten Streifen an den Schattenrändern und zeigte, daß durch die hier entstehende Verzerrung der Schatten von der geometrischen Projektion des Gegenstands stark abweichen kann. In Tafel XXXVI finden wir „Propositio I", welche auf der ersten Seite seines Werkes steht. Sie ist hier durch die folgenden Aufnahmen[2]) illustriert. Nr. 1 stellt den Schatten eines sich linear verjüngenden keilförmigen Spaltes dar, welcher durch die geraden Ränder von zwei Platten erzeugt ist. In diesem Falle erzeugt die Beugung die äußerste Verzerrung des geometrischen Schattens, welcher durch eine gestrichelte Linie in der Aufnahme gezeigt ist: wo die Lichtweite kleiner ist, dort ist der Schatten breiter. In diesem Fall war: $a = 24{,}17$ m, $b = 15{,}47$ m, $\lambda = 0{,}46\ \mu$. Die Öffnung des Diaphragma hatte 1 mm Durchmesser und die Expositionszeit war ca. 2 Stunden.

1) Vortrag, gehalten in der didaktischen Sektion des II. Mendelejeffschen Kongresses in St. Petersburg (22. Dez. 1911).

2) Die bisher veröffentlichten und mir bekannten Beugungsaufnahmen haben einen zufälligen Charakter und würden keine systematische Verwendung finden können. Siehe z. B. C. H. Wind, diese Zeitschr. **2**, 265, 1901; W. Croft, Nature **66**, 354, 1902; W. S. Franklin, Phys. Rev. **14**, 61, 1902.

1) F. M. Grimaldi, Physico-mathesis de lumine, coloribus et iride. S. I, Bononiae, 1665.

2) Die Aufnahmen (Nr. 1—19) befinden sich auf den Tafeln XXXVI—XLI.

Nr. 2, 3, 4 und 5 stellen die Schatten von zwei Paaren komplementärer Beugungsschirme dar: eines Dreiecks und eines Parallelogramms; die inneren Schirme waren an fast unmerklichen Seidenfäden aufgehängt. Der gemusterte Schatten erinnert in allen vier Fällen nur schwach an die Umrisse der Gegenstände. Expositionszeit 5 Min., $a = 24{,}17$ m, $b = 15{,}47$ m, $\lambda = 0{,}46\ \mu$.

Nr. 6 stellt den Beugungsschatten einer gewöhnlichen Schere dar. Im inneren Teile zeigt er sich durchsichtig, seine Enden sind gespaltet und der ganze Umriß ist von Streifen, die sich ineinander verwickeln, bedeckt. Weißes Licht, Expositionszeit 3 Min.

Die Aufnahmen Nr. 7, 8, 9, 10 und 11 stellen die Schatten von verschiedenen schmalen Schirmen dar, deren Breite von 7,15—0,015 mm war. Man kann sehen, daß von einer bestimmten Breite an mit den Dimensionen des Gegenstandes die Dimensionen des Schattens sich nicht verändern, sondern nur seine Helligkeit. Spalt $0{,}7 \times 4$ mm, parallel den Beugungsschirmen, $a = 24{,}17$ m, $b = 15{,}47$ m, $\lambda = 0{,}46\ \mu$. Der angegebene Maßstab erlaubt über die wirklichen Schattendimensionen zu urteilen.

Nr. 12 und 13 stellen die Schatten von einer gewöhnlichen Schraube dar, welche in verschiedenen Abständen von der lichtempfindlichen Platte angehängt war, $\lambda = 0{,}46\ \mu$. Sie können die Versuche von Newton[1]) illustrieren, welcher gefunden hat, daß die Streifenbreite u. a. von dem Abstande des Beugungsschirms von dem Schattenschirm abhängt. Er untersuchte auch diese Erscheinung in verschiedenen Spektralgebieten und fand, daß die Streifenbreite auch von der Brechbarkeit der Strahlen abhängt. Man kann sehen, daß in der Aufnahme 6, welche in weißem Licht gemacht ist, die Anzahl von Streifen viel kleiner ist, da hier die Streifen von Strahlen verschiedener Brechbarkeit sich vermischen.

Th. Young war der erste, welcher das Studium der Beugung auf den Weg der Wellentheorie gerichtet hat. Nr. 15 stellt einen von seinen Versuchen dar, dessen er sich zur Demonstration des von ihm entdeckten Interferenzprinzips bedient hat. Wir sehen hier die „Proposition VIII" seiner Arbeit[2]), wo zum erstenmal das Prinzip der Addition von Lichtschwingungen ausgesprochen ist. Die Aufnahmen 14 stellen die Lichtflecken dar, welche bei dem Durchgang der Strahlen des weißen Lichts (Lichtquelle 1 mm) durch runde Öffnungen in einer dünnen Kupferplatte (Durchmesser 0,94 mm) sich ergeben[3]).

Die Flecken von dem Paar a sind von Löchern erhalten, welche im Abstand 19,5 mm voneinander sich befanden. In den Aufnahmen b war dieser Abstand 4 mm; die Lichtflecken greifen hier etwas ineinander. Da sie in verschiedenen Zeiten photographiert waren (die Löcher waren nacheinander geöffnet), so haben wir hier eine einfache Addition von zwei Lichtwirkungen in der empfindlichen Schicht der Platte. Das entspricht der Addition von nicht kohärenten Lichtschwingungen. Dasselbe findet statt in der Aufnahme c, wo die Flecken sich fast überdecken; in diesem Falle war der Abstand 1,2 mm.

In den Aufnahmen 15 sind dieselben Flecken photographiert, die Löcher waren aber gleichzeitig geöffnet; hier tritt das angeschriebene Gesetz in Kraft, welches lautet, daß „Licht zu Licht auch Dunkel geben kann". Die Flecken sind von hellen und dunkeln Streifen zerschnitten; sie sind desto breiter, je näher die Löcher in der Platte sind. Die Abstände waren: $a = 16$ m, $b = 12$ m[1]). Expositionszeit 5 Min.

Auf Grund dieses Prinzips erklärte Young den Ursprung der Beugungsstreifen an den Schattengrenzen der Schirmkante durch die Interferenz der direkten Strahlen mit den an dem Rande reflektierten. Dann aber sollten die Beugungserscheinungen von der Form und dem Material des Randes abhängen. Die Aufnahmen 16 stellen die Reproduktion in größerem Maßstabe des bekannten Versuchs von Fresnel[2]) mit der Beugung am scharfen beziehungsweise stumpfen Rande eines Rasiermessers dar. Dieser Versuch hat die Unabhängigkeit der Beugungserscheinungen von der Form des Randes gezeigt, was Fresnel gezwungen hat, auf die Vorstellung von Young über die Interferenz der direkten und abgelenkten Strahlen zu verzichten.

Die Aufnahme 16a stellt den Beugungsschatten der scharfen Rasierschneide dar; ihren Krümmungshalbmesser kann man kleiner als 1 μ schätzen[3]). Ein schmaler, aus der Photographie herausgeschnittener Streifen ist neben einen anderen (16b) aufgeklebt, welcher einem Rande von 3,8 mm Krümmungshalbmesser zugehört; dieser Rand war durch einen an dem Papprand angelegten Glasstab von 7,6 mm Durchmesser abgebildet. Die folgenden Streifen

1) I. Newton, Optices liber tertius. 1704.
2) Th. Young, Phil. Trans. **20**, 12, 1802.
3) Um die Flecken von angegebener Form zu erhalten ist es nötig, daß die Öffnung nicht mehr als $n = 0.5$ der Zone abteilt; hier war $n = 0{,}1$; s. unten Aufnahmen Nr. 17.

1) Berechnung nach der Streifenbreite gibt $\lambda = 0{,}42\ \mu$, s. O. D. Chwolson, Lehrb. d. Phys. **2**. Das entspricht ungefähr dem Maximum der photographischen Wirkung im Spektrum.
2) A. Fresnel, Oeuvres compl. 1, 232, 239, 1866.
3) A. Mallock, Proc. of Roy. Soc. **60**, 164, 1897.

(16c und 16d) stellen die Schatten von Schirmen dar, welche einen Krümmungshalbmesser von 40 m haben; ihr wirksamer Teil war dargestellt durch die konvexe Seite einer Spiegelglasplatte von 60 cm Länge und 12 cm Breite. Diese Platte war in einem hölzernen Gestell eingeklemmt, welches sie in einem etwas gebogenen Zustand hielt. Nach der Durchbiegung wurde der Krümmungshalbmesser berechnet. Der Lichtstrahl geht natürlich längs der längeren Seite der Platte durch; eine ähnliche Platte wirkt als eine Wand eines kolossalen gläsernen Turms von 80 m Durchmesser. Auf dem letzten Streifen (16d) ist der Schatten von demselben Schirm aber mit Ruß bedeckt photographiert. Es ist nicht schwer zu sehen, daß die Verteilung und die relative Helligkeit der Beugungsfransen in allen vier Fällen die gleiche ist; sie zeigen keine Abhängigkeit weder von dem Krümmungshalbmesser, noch von dem Material, obgleich der erstere sich von einem Teil eines μ bis 40 m, d. h. um zehn Millionen mal änderte.

Durch ähnliche Beobachtungen überzeugte sich Fresnel, daß an der Interferenz nicht nur die an dem Rand selbst liegenden Teile der Wellenfläche teilnehmen, sondern auch mehr von ihm entfernte Gebiete.

Dieser Gedanke, welcher die Kombination des Huygensschen Prinzips der Elementarwellen mit dem Interferenzprinzip von Young darstellt, war in einer dritten Fresnelschen Arbeit über die Beugung entwickelt, welche durch den Preis der Pariser Akademie gekrönt wurde. Die mit Hilfe der „Fresnelschen Integrale" berechnete Verteilung der Helligkeitsmaxima und -minima an der Schattengrenze der geraden Schirmkante war durch den Versuch glänzend bestätigt[1]). Diese Kurve, für vorliegenden Fall von mir berechnet, ist unter den vier beschriebenen Aufnahmen eingetragen. Die Ordinate $X = 0$ entspricht der geometrischen Projektion der Schirmkante an der Platte. Hier war $a = 24{,}17$ m, $b = 15{,}47$ m, $\lambda = 0{,}46\,\mu$. Es ist nicht schwer zu sehen, daß eine volle Übereinstimmung der berechneten Maxima und Minima mit den experimentell erhaltenen[2]) vorhanden ist.

Wie bekannt ist, hat Poisson aus der Fresnelschen Theorie eine Folgerung gezogen, welche, nach seiner Meinung, die Fresnelsche Theorie widerlegte: er hat gefunden, daß das Licht in die Mitte des geometrischen Schattens eines runden Schirmes eindringen muß, als wenn kein Schirm in dem Weg der Strahlen vorhanden wäre. Die Aufnahmen 17 (dunkle Schatten auf hellem Grund) stellen den Versuch von Arago[1]) dar, welcher dieses paradoxale Resultat bestätigt hat. Wir sehen hier die Schatten von einer Reihe von metallischen Scheiben; die Scheiben waren an Seidenfäden angehängt, welche fast keine Spur von Schatten auf der Platte geben (vgl. Aufnahme 9, 10 und 11). Innerhalb eines jeden dunklen Kreises sehen wir in der Tat einen hellen Fleck, dessen Helligkeit gleich ist derjenigen des ganzen Grundes.

Die Beugungsfiguren sind in diesem Fall etwas einförmig. Mannigfaltiger sind die Schatten des zum ersteren komplementären Schirms. In derselben Tafel sehen wir die Schatten von Platten mit kreisförmigen Löchern, welche ganz gleich sind den soeben beschriebenen Kreisen. Die Durchmesser von Scheiben und Öffnungen waren so berechnet, daß sie eine bestimmte Zahl (von 0,1—8) der Huygens-Fresnelschen Zonen abteilen. In folgender Tabelle ist die Zahl der abgeteilten Zonen durch n und der Durchmesser der Kreise durch $2r$ bezeichnet, welcher nach der folgenden Formel berechnet ist:

$$2r = 2\sqrt{n \cdot \frac{ab\lambda}{a+b}}\,; \qquad (1)$$

bei den Versuchen war: $a = 27{,}77$ m, $b = 11{,}70$ m, $\lambda = 0{,}46\,\mu$.

$n =$	0,1	0,5	1	1,5	2	3
$2r =$	1,23	2,72	3,85	4,71	5,45	6,67 mm
$n =$	3,5	4	5	6	7	8
$2r =$	7,20	7,70	8,62	9,43	10,15	10,89 mm

In dem Fall der Öffnung befindet sich, wie man aus den Photographien sehen kann, in der Mitte der Beugungsfigur ein schwarzer Punkt jedesmal, wenn die Zonenzahl n eine gerade und ein heller Punkt, wenn n eine ungerade Zahl ist. Ferner sehen wir, daß die Scheibe scheinbarer Weise das Licht aufzuhalten und die Öffnung das Licht durchzulassen aufhört, wenn sie nur einen kleinen Teil der Fläche einer Huygens-Fresnelschen Zone überdecken.

Eine ausführliche theoretische Untersuchung der beschriebenen Erscheinungen finden wir bei Lommel[2]), welcher eine Methode der Berech-

1) Fresnel, l. c., S. 332.

2) Die Lichtverteilung innerhalb des geometrischen Schattens, wo das Licht um zehn und hundert Grad gebeugt ist, hängt stark von dem Schärfegrad der Schneide ab. Eine photographische Illustration dieser Erscheinung kann man finden in der Arbeit von A. Kalaschnikow, Journ. d. Russ. Phys.-chem. Ges., Phys. T. **44**, 137, 1912.

1) Fresnel, l. c., S. 365.

2) E. v. Lommel, Abhandl. d. bayer. Akad. **15**, 231, 1886. Ich lasse hier die anderen, mehr bekannten Fälle der Fresnelschen Beugung aus, nämlich den Fall des Spalts und des schmalen Schirms. Siehe E. v. Lommel, l. c., S. 531 und C. H. Wind, l. c. Bei dem letzteren Verfasser finden wir eine Hinweisung u. a. auf den Einfluß der Expositionszeit auf die erhaltene Figur. In Abhängigkeit davon kann man manchmal ganz verschiedene Aufnahmen erhalten.

nung der Lichtverteilung im Beugungsschatten der kreisrunden Öffnung und der Scheibe angegeben hat. Aus seiner Theorie kann man eine Folgerung ziehen, daß wir geometrisch ähnliche Beugungsfiguren erhalten werden, wenn die Funktion

$$y = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{a+b}{ab} r^2 \qquad (2)$$

die gleichen Werte haben wird. Mit Rücksicht auf (1) kann man aus dieser Formel ersehen, daß die Bedingung für die Konstanz von y mit derjenigen für die Konstanz von n, d. h. der Anzahl der abgeteilten Zonen zusammenfällt.

Der angegebene Ausdruck (2) ermöglicht u. a. zu berechnen, in welchem Abstande ein großer Kreis Beugungsschatten von demselben Aussehen geben wird, wie ein kleiner Kreis. Das Gesetz der Ähnlichkeit von Beugungsfiguren wird:

$$\frac{a+b}{ab\lambda} r^2 = \frac{a_1+b_1}{a_1 b_1 \lambda_1} r_1^2; \qquad (3)$$

bei $a = ka_1$, $b = kb_1$ und $\lambda = \lambda_1$

$$\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{a+b}{a_1+b_1} = \frac{r^2}{r_1^2}, \qquad (4)$$

d. h. bei diesen Bedingungen stehen die entsprechenden Abstände in demselben Verhältnis wie die Quadrate der Kreisdurchmesser.

In den Aufnahmen 18 sehen wir den Schatten eines kreisrunden Schirms bei $n = 0{,}5$ und von drei kreisrunden Öffnungen $n = 3$, 3,5 und 4 Zonen. Zu den in die Hälfte zerschnittenen Photographien sind die Kurven der Lichtverteilung beigelegt, welche ich nach der Lommelschen Theorie berechnet habe. Die gestrichelte Linie stellt die Beleuchtungshelligkeit der Platte bei Abwesenheit eines Schirms dar; die schwarzen Punkte auf der Abszissenachse stellen die Grenze des geometrischen Schattens dar. Bei Vergleichung der Kurven mit der photographischen Figur finden wir in allen vier Fällen eine volle Übereinstimmung der Rechnung mit dem Versuche[1]).

Die Aufnahmen 19 stellen den Schatten im weißen Licht eines gewöhnlichen Tellers dar, welcher zwischen der Lichtquelle und dem lichtempfindlichen Schirm so gestellt war, daß das Verhältnis $a:b$ in allen Fällen gleich 2,36 war. Der Abstand $a+b$ war gleich: 3 m, 2, 7, 29 und 235 km und die Zahlen n für $\lambda = 0{,}46\,\mu$ waren entsprechend gleich: —, 64, 16, 4 und 0,5.

Nun ist es nicht schwer die Anfertigungsmethode dieser Aufnahmen anzugeben. Aus dünnem Blech schneidet man eine kleine Scheibe aus, in diesem Falle mit der Figur der Hand. Die Dimensionen dieses Modells sind 13 bis 76mal kleiner als in Wirklichkeit. In gewöhnlicher Weise erhält man einen Beugungsschatten, welchen man dann bis zur natürlichen Größe (13—76mal) photographisch vergrößert. Man erhält nun auf Bromsilberpapier das gleiche Bild, welches in Wirklichkeit erhalten wird, wenn die Abstände a und b gleich zehn und hundert Kilometer wären, was nach der oben angegebenen Beziehung (4) leicht zu berechnen ist.

Aus dem Dargelegten sehen wir, daß die erhaltenen Aufnahmen eine Periode vom Anfang des Studiums der Fresnelschen Beugungserscheinungen bis in die Hälfte der 80er Jahre des vorigen Jahrhunderts umfassen. Die Theorie dieser Erscheinungen ist dann in eine neue Phase getreten, als die Vorstellungen von Fresnel durch die strengere Kirchhoffsche Fassung des Huygensschen Prinzips ersetzt wurden.

Auch an dieser Stelle sei es mir gestattet Herrn Prof. Dr. P. Lasareff und Herrn Prof. Dr. Georg Wulff meinen Dank auszusprechen für die liebenswürdigst zu meiner Verfügung gestellten Mittel.

Moskau, Physikalisches Laboratorium der städtischen Schaniawski-Universität, Mai 1913.

(Eingegangen 25. Juni 1913.)

Zur Frage der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit.

Von Erwin Freundlich.

Die Frage, ob die Lichtgeschwindigkeit von der Bewegung der Lichtquelle abhängig ist, ist von solchem Interesse für die Anschauungen der modernen Physik, daß „ein astronomischer Beweis der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit", wie Herr W. de Sitter[1]) einen solchen in dieser Zeitschrift veröffentlicht hat, von außerordentlicher Tragweite wäre. Da ich sofort Bedenken trug, ob das vorhandene Tatsachenmaterial einen so absoluten Schluß gestattet, habe ich dasselbe einer genaueren Diskussion unterzogen[2]) und gelange zu dem Resultat, daß von einem „Beweise" meines Erachtens eigentlich nicht recht gesprochen werden kann.

Herr de Sitter untersucht den Einfluß, den die auf der Emissionstheorie basierende An-

1) Nur in der Aufnahme $n = 0{,}5$ scheint der Abszissenmaßstab etwas zu groß zu sein.

1) W. de Sitter, diese Zeitschr. **14**, 429, 1913.

2) Herr Paul Guthnick, dem ich den Hinweis auf die verschiedenen Erscheinungen aus der Theorie der spektroskopischen Doppelsterne verdanke, wird gleichzeitig in den Astron. Nachr. in etwas allgemeinerer Weise die astronomisch interessierenden Gesichtspunkte dieser Frage beleuchten.

nahme, daß die Lichtgeschwindigkeit in irgendeiner Richtung gleich der Summe der Geschwindigkeit der Lichtquelle in dieser Richtung und der Lichtgeschwindigkeit bei ruhender Lichtquelle ist, auf die scheinbare Bewegung spektroskopischer Doppelsterne haben würde, und findet, daß ihre Bewegung keine Keplersche sein könnte und die Erscheinung zutage treten würde, daß das Zeitintervall zwischen den beiden Digressionen einmal den Betrag $T + \frac{2uA}{c^2}$, das andere Mal $T - \frac{2uA}{c^2}$ haben würde, wenn T die halbe Periode des Systems, A die Entfernung desselben, u die Geschwindigkeit der hellen Komponente in ihrer Bahn und c die Lichtgeschwindigkeit im gewöhnlichen Sinne bezeichnen. Da aber die Größe $\frac{2uA}{c^2}$ durchaus die Größenordnung von T erreichen kann, so kann die eine Hälfte der Periode auf Null zusammenschrumpfen, wenn nämlich

$$T - \frac{2uA}{c^2} = 0$$

wird oder sogar darüber hinaus negativ werden. Diese merkwürdige Erscheinung ist nie beobachtet worden, so daß Herr de Sitter den Schluß zieht, daß die Lichtgeschwindigkeit unabhängig von der Bewegung der Lichtquelle sein müßte.

Nun ist in der Tat die Folgerung von Herrn de Sitter zweifellos streng, wenn man die Anschauungen der Emissionstheorie in unveränderter Weise zugrunde legt, d. h. als einzig möglichen Effekt der Bewegung der Lichtquelle eine restlose Superposition ihrer Geschwindigkeit über die Lichtgeschwindigkeit, wie sie von einer ruhenden Lichtquelle ausgeht, voraussetzt, da für den Fall, den Herr de Sitter anführt, und bei dem die Entfernung A sehr klein angenommen wird, schon der extreme Fall $T - \frac{2uA}{c^2} = 0$ erreicht wird. Es wäre darum auch müßig anzunehmen, daß die Superposition der beiden Geschwindigkeiten nach einem anderen Gesetze verläuft, so lange man keine physikalische Deutung für dasselbe hat, wenn sich nicht zweifellos bei den spektroskopischen Doppelsternen Erscheinungen bemerkbar machten, welche auf eine solche Abhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit hinweisen, während dieselben bisher unerklärlich geblieben sind.

Das Argument von Herrn de Sitter, daß sich die gemessenen Linienverschiebungen eines spektroskopischen Doppelsterns nicht durch eine Keplersche Bewegung interpretieren ließen, wenn die Lichtgeschwindigkeit variabel wäre, trifft nicht für den gesamten Bereich der möglichen Bewegungen zu, denn die Bewegung in einer Kreisbahn bei variabler Lichtgeschwindigkeit, wie sie Herrn de Sitter betrachtet, ist in erster Ordnung identisch mit einer Keplerschen Bahnbewegung in einer Ellipse, deren Absidenlinie auf uns zu gerichtet ist, während das Periastron auf der von uns abgewandten Seite liegt. Die Geschwindigkeit in Richtung der Visionslinie, wie sie bei spektroskopischen Beobachtungen gemessen wird, ist nämlich im ersten Falle

$$\varrho = u \cos(l - k \cos l),$$

im zweiten Falle

$$\varrho = u \cos\left(l + 2e \sin(l - w) + \right.$$
$$\left. + \frac{5}{4} e^2 \sin 2(l - w \cdots)\right),$$

wobei l die Länge in der Bahn, e die Exzentrizität der Keplerschen Ellipse und w die Knotenlänge, in unserem Falle $= 90^0$ zu setzen, bedeuten. Die Konstante k dagegen stellt den Einfluß der variablen Lichtgeschwindigkeit auf die scheinbare Bewegung dar, und hat im Falle des Herrn de Sitter den Wert

$$k = \frac{u}{86400} \cdot \frac{uA}{c^2} \quad (u = \text{tägl. Bewegung}),$$

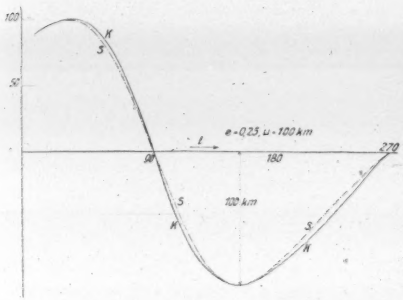
während wir dafür

$$k = \frac{u}{86400} \cdot \frac{\varkappa \cdot u \cdot A}{c^2}$$

setzen wollen, wobei der Proportionalitätsfaktor $\varkappa$ aussagt, daß die Geschwindigkeit der Lichtquelle nicht mit ihrem vollen Betrage in die Lichtgeschwindigkeit eingeht, $\varkappa$ vielmehr so klein ist, daß für den Entfernungsbereich, den die uns genauer bekannten Doppelsterne überstreichen, die Größe

$$\varkappa \cdot A \cdot \frac{u}{86400 \cdot c^2} = k < 2$$

bleibt. Unter diesen Beschränkungen gilt also unsere obige Behauptung, daß beide Bewegungsformen in erster Ordnung übereinstimmen, wenn man die höheren Potenzen der Exzentrizität vernachlässigt. Herr P. Guthnick hat die entsprechenden zwei Geschwindigkeitskurven für den Fall $e = 0{,}25$ und $k = 0{,}5$ gezeichnet (siehe Figur), wobei er für u den Wert 100 km annahm, ich habe das gleiche noch für $e = 0{,}5$ und $u = 45$ km getan, da der letztere Wert für u ungefähr der mittleren Bahngeschwindigkeit der uns bekannten Systeme entspricht, und es mir darauf ankam, für e ungefähr den Grenzwert festzulegen, für welchen beide Bewegungsvorgänge genügend stark voneinander abweichen, um dem Beobachter aufzufallen. In dem ersten



Falle, $e = 0{,}25$, $u = 100$ km, weichen die Werte für ϱ im Höchstfalle nur um 6 km voneinander ab, so daß es bei den oft sehr unscharf definierten Linien mancher Spektren wohl schwer fiele, beide Bewegungsformen zu unterscheiden, für $e = 0{,}5$ und $u = 45$ km steigen die Differenzen schon bis zu 10 km. Bei einer sorgfältigen Ausgleichung könnte man sicherlich eine bessere Übereinstimmung erhalten; man muß nämlich bedenken, daß der Beobachter seine Kurven, im festen Glauben, daß es sich nur um eine Keplersche Ellipse handeln kann, so zu legen sucht, daß seine Beobachtungen möglichst gut dargestellt werden, und wenn man den Katalog spektroskopischer Doppelsterne von W. W. Campbell[1]) durchblättert, findet man, daß verschiedene Beobachter desselben Systems doch zu recht verschiedenen Bahnelementen gelangen.

Jedenfalls können wir sagen, daß bei allen Bahnen, deren Exzentrizitäten sich kleiner als 0,5 ergeben, es wohl nicht immer leicht sein dürfte, beide oben besprochenen Bewegungsformen zu trennen, d. h. also zu urteilen, ob die sich ergebende Exzentrizität reell oder nur eine vorgetäuschte ist, zumal die systematischen Abweichungen beider Kurven Gesetzmäßigkeiten aufweisen, auf die ich später noch einmal zurückkommen werde.

Nun mag es ja sein, daß unter den kleinen Exzentrizitäten ein bestimmter Prozentsatz solcher scheinbarer ist, da jedoch bei der Keplerschen Bewegung große Exzentrizitäten im allgemeinen seltener sind als kleine, dagegen an sich nichts dafür spricht, warum solche vorgetäuschten Exzentrizitäten häufiger, z. B. kleiner 0,5 als größer 0,5 sein sollten, falls wir nicht schon hier die Beschränkung durch die Größe $\varkappa$ geltend machen wollten, so müßten unter den Bahnen mit großen Exzentrizitäten ein größerer Prozentsatz mit nur vorgetäuschten Exzentrizitäten sein. Wenn nun auch die Divergenz beider Bewegungsvorgänge den Beobachtern entgangen sein sollte, was nur an der Hand des Materials selbst beurteilt werden könnte, wozu ich jetzt nicht in der Lage bin, so müßte sich doch immerhin die Tatsache bemerkbar machen, daß diese nur vorgetäuschten Ellipsen in ganz bestimmter Weise relativ zu uns orientiert erscheinen: es müßten, wie zu Anfang erwähnt, die Absidenlinien auf uns zu gerichtet sein und die Periastren auf der von uns abgewandten Seite liegen, während für die reellen Keplerschen Bahnen die Lage der Absidenlinien und Periastren nach dem Zufall verteilt sein müßten. Hier erheben sich nun die stärksten Bedenken gegen die ganz allgemeine Folgerung von Herrn de Sitter, es ist nämlich seit einigen Jahren bekannt, daß sich in der Tat diese Erscheinung in ganz auffallender Weise bemerkbar macht, so daß z. B. Herr Miller Bar[1]) auf Grund dieser Erscheinung Bedenken dagegen erhoben hat, die gemessenen Linienverschiebungen wirklich als reelle Bewegungen in einer Keplerschen Ellipse zu deuten, da es doch mechanisch unerklärlich sei, daß fast alle diese Ellipsen (es sind 23 Systeme unter 28, die er seinen Betrachtungen zugrunde legt) relativ zum Beobachter in bestimmter Weise orientiert erscheinen. Besonders die Systeme mit großen Exzentrizitäten zeigen diese merkwürdige Gesetzmäßigkeit so auffallend, daß von acht Systemen mit einer Exzentrizität $e > 0{,}5$ sieben ihr Periastron auf der von uns abgewandten Seite liegen haben, während für kleinere Exzentrizitäten diese Erscheinung sich weniger auffallend offenbart, was schon deswegen verständlich ist, weil für kleine Werte von e die Lage des Periastrons überhaupt weniger genau bestimmt werden kann und zugleich ein relativ größerer Teil reelle Exzentrizitäten sein müßten.

Auch noch ein weiteres Argument möchte ich hervorheben. Die systematischen Abweichungen zwischen den Geschwindigkeitskurven beider Bewegungsvorgänge zeigen regelmäßige Perioden vom Betrage $T/2$, $T/3$ ···, worin T die Umlaufszeit bedeutet, und die Erfahrung hat gelehrt, daß in der Tat Restglieder mit solchen Perioden sich auffallend oft geltend machen; sie sind jedoch durch die Annahme eines dritten störenden Körpers in dem betreffenden System mit geeigneter Umlaufszeit zu erklären, ein Ausweg, der natürlich ziemlich nahe liegt. Am unverständlichsten war bisher die Orientierung der Absidenlinien und Periastren relativ zum Beobachter, und diese würde sich ohne weiteres durch eine Abhängigkeit der Lichtgeschwindig-

1) Siehe Lick Observatory Bulletin **181**, 1910.

1) Journ. of the Roy. Astr. Soc. of Canada, Bd. II, 1908 und Ludendorff, Astron. Nachr. **184**, 4415—16.

keit von der Bewegung der Lichtquelle deuten lassen, desgleichen die oft auftretenden Restglieder von bestimmter Periode. Eindeutige Kriterien gegen die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit sind diese Erscheinungen natürlich keinesfalls, solange wir für die Konstante z keine Deutung haben und nur über ihre Größenordnung etwas aussagen könnten. Da die Sonne dem Zentrum der Milchstraße nahe liegt, könnte eine solche gesetzmäßige Richtung der Bahnen nach dem Zentrum hin kosmogonischen Ursprungs sein; in dieser Hinsicht fehlt uns noch der tiefere Einblick in die Entwicklungsvorgänge der Milchstraße.

Um also eine Entscheidung über die hier aufgeworfene Frage zu treffen, müßte man besonders günstige spektroskopische Doppelsterne speziell von diesem Gesichtspunkte aus untersuchen, und ausschließlich auch solche, deren Parallaxe, d. h. Entfernung von uns, so genau als möglich bekannt ist. Bisher kennen wir bis auf wenige Ausnahmen die Parallaxen der Sterne nur der Größenordnung nach, so daß angenommene Werte noch um $+100$ Proz. und mehr von den wahren Werten abweichen können. Falls sich also Abweichungen von der Keplerschen Bewegung bei genauerer Diskussion der Beobachtungen ergeben sollten, käme es darauf an, ob man durch einen einzigen Wert des Parameters z für möglichst verschiedene Werte der Entfernung A diese Abweichungen darstellen kann. Es müßte sich natürlich auch ein Anwachsen des Effekts mit zunehmenden Entfernungen des Systems bemerkbar machen. Die spektroskopischen Doppelsterne offenbaren so mannigfache Beziehungen, z. B. Abhängigkeiten zwischen Exzentrizität, Periode, Spektraltypus usw., die wahrscheinlich ganz ohne Zusammenhang mit unserer Frage sind, und ihre Theorie bedarf noch so sorgfältigen Studiums, daß wir auf Grund unserer heutigen Kenntnisse eindeutige Folgerungen zugunsten einer der beiden Hypothesen, Konstanz oder Inkonstanz der Lichtgeschwindigkeit, noch nicht ziehen können. Die spektroskopischen Doppelsterne sind außerordentlich empfindliche Prüfsteine[1]) für diese Frage, und es wäre nach der oben auseinandergesetzten Methode eine direkte Prüfung der Voraussetzung des Relativitätsprinzips, Konstanz der Lichtgeschwindigkeit, möglich. In der Tat liegen auffallende Symptome vor, die bisher nur durch die Veränderlichkeit der Lichtgeschwindigkeit sich erklären lassen.

Berlin, Kgl. Sternwarte.

(Eingegangen 1. Juli 1913.)

1) Kurz vor Absendung des Manuskripts erfahre ich, daß von Herrn D. F. Comstock eine Arbeit im Astroph. Journ. **31**, 1910 erschienen ist, in welcher er Kriterien ableitet, um Abweichungen spektroskopischer Doppelsternbahnen von einer Keplerschen Bewegung festzustellen. Es wäre wohl zweckmäßig, seine Methoden bei der oben besprochenen Frage anzuwenden.

Über einige einfache Demonstrationsversuche mit Edelgasen[1]).

Von Georg Gehlhoff.

Die Edelgase (Helium, Neon, Argon, Krypton, Xenon) bieten wegen ihrer exzeptionellen Eigenschaften, speziell in spektraler und elektrischer Beziehung, sowie wegen der Beziehungen einiger von ihnen zu den radioaktiven Substanzen großes Interesse. Während nun früher das Arbeiten mit Edelgasen ihres seltenen Vorkommens und ihrer schwierigen Darstellung wegen große Schwierigkeiten bot, sind in den letzten Jahren einige Methoden gefunden, die ein bequemes und schnelles Arbeiten mit Edelgasen ermöglichen, wobei wir Krypton und Xenon wegen ihres außerordentlich seltenen Vorkommens ausschalten wollen. Das Vorkommen von Edelgasen in der atmosphärischen Luft ist bekanntlich etwa wie folgt: In 100 l Luft sind enthalten: 1 l Argon, 1,5 ccm Neon, 0,15 ccm Helium, 0,005 ccm Krypton und 0,0006 ccm Xenon; außerdem ist Helium in allen Mineralien, die Thor, Uran und sonstige radioaktive Stoffe in größeren Mengen enthalten, in denen es durch dauernde Abspaltung von α-Strahlteilchen, die nichts anderes als geladene Heliumatome sind, aufgespeichert ist.

Im folgenden sollen nun einige einfache Demonstrationsversuche mit Edelgasen beschrieben werden.

Ein wichtiges Hilfsmittel bietet die bekannte Eigenschaft der Kohle, bei tiefer Temperatur große Mengen von gewöhnlichen Gasen zu absorbieren, während die Edelgase Neon und Helium nur in geringerem Maße absorbiert werden. Am besten eignet sich hierzu Kokosnußkohle, die man sich selbst in sehr einfacher Weise folgendermaßen herstellen kann: Die Schale einer Kokosnuß wird mit einem Hammer in kleine Stücke geschlagen und in einem Blechzylinder (Eisen oder Messing), dessen Form und Maße nebenstehende Figur 1 gibt, direkt in der Flamme

1) Die vorstehenden Demonstrationsversuche wurden anläßlich eines Vortrages über Edelgase im Großen Physik. Colloquium der Techn. Hochschule sowie in der Naturf.-Gesellschaft in Danzig-Langfuhr vorgeführt. Die Zuhörer waren in der Lage, die Erscheinungen auch spektral zu verfolgen, da die Firma C. Zeiß in Jena eine große Zahl von Fernspektroskopen zur Verfügung gestellt hatte, wofür ihr auch an dieser Stelle gedankt sei.

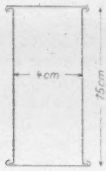


Fig. 1.

eines Bunsenbrenners ausgeglüht, bis nach mehrfachem Schütteln und Erhitzen auf schwache Rotglut keine Gase mehr entweichen. Derartig präparierte Kohle absorbiert Gase etwa nach folgender Tabelle.

Gas	absorb. Vol. bei 0° in cm³	bei −185° in cm³	Siedetemp. bei 1 Atm.
Sauerstoff . .	18	230	−182,7
Argon	12	175	−186,1
Kohlenoxyd	21	190	−190,0
Stickstoff . .	15	155	−195,7
Neon	— ?	— ?	ca. −240,0
Wasserstoff .	4	135	−252,0
Helium . . .	2	15	unter −265,0

Der eine Deckel des Zylinders wird nur an drei Stellen umgebörtelt, so daß er leicht abgenommen und das Gefäß wiederholt benutzt werden kann.

1. Die außerordentlich starke und schnelle Absorption von Gasen bei tiefer Temperatur zeigt man bequem mit einer Versuchsanordnung nach Fig. 2. Die Elektroden können einfach mit

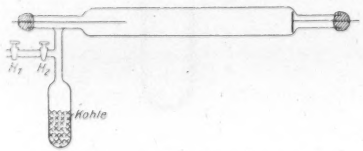


Fig. 2.

Siegellack eingekittet werden; in das zur Aufnahme der Kohle bestimmte Gefäß tut man etwa 15 g ausgeglühte Kokosnußkohle. Das Entladungsgefäß wird mit Hilfe eines Druckschlauches an eine gewöhnliche Luftpumpe angeschlossen und unter Erwärmen der Kohle (mit Hilfe eines Bunsenbrenners) so weit wie möglich evakuiert; alsdann wird die Kohle mit flüssiger Luft abgekühlt. Läßt man durch das Rohr die Entladung eines Induktors gehen, so sieht man, wie die in dem Rohr enthaltenen Gase absorbiert werden, kenntlich an dem Zurückweichen der positiven Lichtsäule, an der Ausbreitung des negativen Glimmlichts durch das ganze Rohr und schließlich an dem Auftreten von Kathodenstrahlen durch das ganze Rohr. Nach einiger Zeit kann man frische Luft in das Gefäß einlassen. Der Hahn H_1 wird einmal herumgedreht und das Volumen zwischen den beiden Hähnen H_1 und H_2 mit Luft gefüllt; dies Volumen ist so abgepaßt, daß es in dem Entladungsrohr einige Zentimeter Druck erzeugt. Dreht man jetzt den Hahn H_2 herum, so sieht man zunächst die typischen Entladungserscheinungen der Glimmentladung, jedoch nur kurze Zeit, denn das positive Glimmlicht zieht sich jetzt sehr schnell zurück, das negative Glimmlicht breitet sich sehr schnell aus, bald fluoresziert das ganze Rohr unter dem Einfluß von Kathodenstrahlen. Dies alles spielt sich in einigen Sekunden ab, wenn die Kohle lange genug abgekühlt wurde, so daß sie durch und durch die Temperatur der flüssigen Luft angenommen hat. Man kann dies Spiel sehr oft wiederholen, da die oben angegebene Kohlenmenge imstande ist, viele Liter Luft zu absorbieren.

2. Diese Methode kann man sogleich anwenden, um die Reindarstellung von Helium zu zeigen. Ein Spektralrohr nachstehender Form

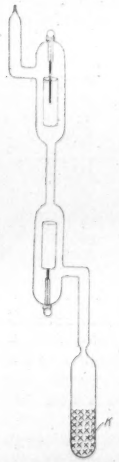


Fig. 3.

(Fig. 3) hat wiederum einen kleinen, mit Kokosnußkohle gefüllten Ansatz. Nach gutem Ausglühen und Evakuieren der Kohle läßt man in das Rohr etwas Helium (etwa 3 mm Druck) und dann so viel Luft hinein, daß die typisch gelbe Farbe

des Heliums bei Induktorentladungen verschwunden ist. Alsdann wird das Rohr abgeschmolzen oder durch einen Hahn abgesperrt. Wird jetzt unter ständiger Induktorentladung (bei zunehmender Absorption der Luft) die Kohle mit flüssiger Luft wieder abgekühlt, so ändert sich bald die rotviolette Farbe des Lichts, um der für reines Helium typischen, intensiv gelben Farbe Platz zu machen. Einen noch schöneren Eindruck macht dieser Versuch, wenn man anstatt Helium Neon nimmt, besonders, wenn dieses mit Kohlensäure gemischt wird.

3. Ein weiteres bequemes Mittel, Edelgase, und zwar alle, spektral rein darzustellen, bietet die vom Verfasser angegebene Methode der Glimmentladung im Kaliumdampf. Ein Rohr, welches Kalium enthält, wobei dieses zweckmäßig die Kathode bildet, wird auf etwa 200 bis 230° erhitzt (im Paraffinbad oder in einem selbst hergestellten elektrischen Ofen). Leitet man in dieses Rohr verunreinigte Edelgase von einigen Millimetern Druck hinein und schickt kräftige Induktorentladungen hindurch, so wird das Edelgas in kurzer Zeit (je nach Verunreinigung $^1/_4$ – 5 Minuten) spektral rein, was man deutlich an dem Farbenumschlag der Entladung, die zum Schluß rein seegrün aussehen muß, oder spektral verfolgen kann.

4. Diese Methode kann zum Nachweis des Argons in Luft benutzt werden. Ein Apparat, wie ihn Fig. 4 zeigt, besteht aus der Kaliumzelle K, welche mit dem Spektralrohr S verbunden ist; das ganze Gefäß ist zunächst evakuiert, und die Zelle K wird in der oben angegebenen Weise erhitzt. Mit Hilfe der beiden Hähne H_1 und H_2 wird wieder etwas Luft eingelassen und die Luft durch Entladungen im Kaliumdampf absorbiert, was man so lange fortsetzt, bis im Spektralrohr, welches man mit der Zelle in Serie schaltet, das Argon rein auftritt. Besonders intensiv erhält man die Erscheinung, wenn man das Spektralrohr über eine Funkenstrecke an einen Induktor legt, wobei dem Induktor eine kleine Leidener Flasche parallel geschaltet ist. In diesem Falle leuchtet das Argon sehr schön himmelblau, während es ohne Leidener Flasche rötlich leuchtet. Man kann die Schaltung so einrichten, daß zunächst für die Absorption die Leidener Flasche abgeschaltet und für die Demonstration mit Hilfe eines Schlüssels angeschaltet wird. — An Stelle der K-Zelle kann man auch ein Hartglas- bzw. Quarzrohr anschließen, das in einem Schiffchen etwas metallisches Kalzium oder Magnesium enthält. Beide absorbieren bei Rotglühhitze gleichfalls N und O der Luft.

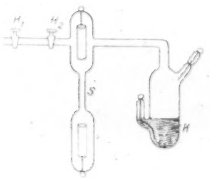


Fig. 4.

5. Auch das Vorhandensein von Neon in Luft kann man in bequemer Weise trotz des sehr geringen Prozentgehalts in kurzer Zeit demonstrieren. Hierzu dient der in Fig. 5 abgebildete Apparat. Er besteht aus einem mit Quecksilber abgeschlossenen Überfüllgefäß von etwa 250 ccm Inhalt, einem von diesem durch Hahn getrenntes, möglichst klein dimensioniertes Spektralrohr und dem Kohlegefäß K, welches etwa 5 g ausgeglühte Kokosnußkohle enthält. Nach genügender Erhitzung und Evakuierung der Kohle werden die Hähne H_1 und H_2 geschlossen und die Kugel durch den Hahn H_3 mit Luft gefüllt. H_3 wird abgesperrt und H_1 geöffnet und gleichzeitig die Kohle mit flüssiger Luft abgekühlt. Schließlich wird auch H_2 geöffnet, um das Spektralrohr mit zu reinigen. Nach etwa 5—10 Minuten wird H_1 geschlossen

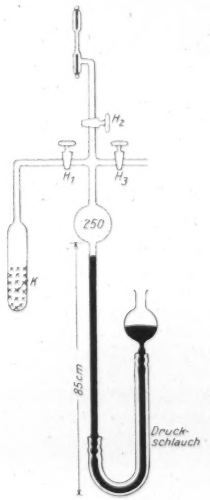


Fig. 5.

und das in der Kugel restierende Gas mit Hilfe des Quecksilbergefäßes in das Spektralrohr gedrückt. Nach Schließen des Hahns H_2 und Senken des Quecksilbergefäßes kann man das im Kohlegefäß restierende Gas auf dieselbe Weise in das Spektralrohr drücken, welches bei Induktorentladungen intensiv rot leuchtet. Es zeigt dies, daß in der Luft Neon enthalten ist, welches von der Kohle nicht, oder nur sehr wenig absorbiert und trotz des relativ kleinen verwendeten Volumens auf diese Weise nachgewiesen wird.

6. Besonderes Interesse verdient ein Demonstrationsversuch zum Nachweis des Heliums in radioaktiven Substanzen, welcher mit der in Fig. 6 gezeigten Apparatur angestellt wird. Das

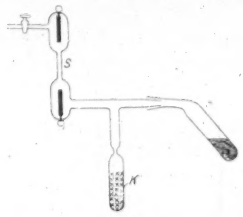


Fig. 6.

Spektralrohr S besitzt einen mit Kohle gefüllten Ansatz, sowie ein durch Schliff oder Siegellack angesetztes Hartglasrohr; in dieses wird ein beispielsweise thorhaltiges Mineral (gepulverter Kleveit, Thorianit oder Monazitsand) zu gleichen Teilen mit Kaliumbichromat oder Kaliumbisulfit getan. Nach Ausglühen und Evakuieren der Kohle wird letztere mit flüssiger Luft abgekühlt und das Gemisch in dem Hartglasrohr zunächst vorsichtig, später kräftig mit einem intensiven Bunsenbrenner bis zur sanften Rotglut erhitzt. Das Kaliumsalz schmilzt und schließt das Thormineral auf, so daß nebst anderen Gasen auch das im Mineral enthaltene Helium frei wird. Die Kohle absorbiert alle Gase bis auf das Helium, welches wiederum in dem Spektralrohr mit Hilfe von Induktorentladungen durch seine charakteristische gelbe Farbe nachgewiesen wird.

7. Wenn flüssige Luft nicht zur Verfügung steht, so kann man die Versuche 1, 2 und 6 auch durch Abkühlen der Kohle mit fester Kohlensäure oder einem Gemisch fester CO_2 und Alkohol, eventuell unter vermindertem Druck, demonstrieren. In diesem Falle verwendet man zweckmäßig die dreifache Menge von Kohle. Bei Verwendung flüssiger Luft verlaufen die Versuche jedoch schneller.

Die vorstehenden Versuche lassen sich alle mit relativ geringen Mitteln in kurzer Zeit, d. h. im Rahmen einer Vorlesung oder einer Physikstunde anstellen, und die Apparate können jederzeit leicht wiederum gebrauchsfertig gemacht werden.

Danzig-Langfuhr, Physikalisches Institut der Technischen Hochschule, im Juni 1913.

(Eingegangen 30. Juni 1913.)

Über die Veränderlichkeit von Absorptionsspektren. I.
(On the Variability of Absorption Spectra. I.)

Von G. H. Livens.

Nach mehreren neueren Arbeiten[1]) zu urteilen, die in dieser Zeitschrift veröffentlicht worden sind, scheint noch eine ziemlich große Unsicherheit darüber zu bestehen, wie weit unsere gegenwärtigen Theorien sich der Erklärung vieler der scheinbaren Anomalien im Verhalten gewisser Substanzen, besonders Lösungen, bei optischen Untersuchungen anpassen lassen. Aus den Ergebnissen einer vorläufigen theoretischen Untersuchung der Absorption und Dispersion des Lichts im verallgemeinerten optischen Medium[2]) schließe ich, daß eine Erklärung der Mehrzahl der Erscheinungen bereits in unserem gegenwärtigen optischen Schema enthalten ist, obgleich dieses Schema bisher noch nicht vollständig aufgestellt worden ist. Der Zweck der vorliegenden Reihe von Veröffentlichungen ist zunächst, eine so vollständige Analyse des Gegenstands von der theoretischen Seite zu erhalten, wie solche möglich erscheint, und alsdann die gewonnenen Ergebnisse auf die Erklärung der experimentellen Vorgänge anzuwenden.

Die angenommene Form der Theorie ist die, welche man gewöhnlich mit dem Namen H. A. Lorentz verbindet. Die grundlegende Beziehung für unsere Zwecke ist die, welche die Größen von elektrischer Kraft und Polarisation in dem Medium miteinander verbindet, durch welches sich Licht von der Schwingungszahl n in ebenen homogenen Wellen fortpflanzt. Diese Beziehung erhalten wir in gewohnter Weise durch eine statistische Analyse der Bewegungen der vorhandenen Elektronen, auf deren Verschiebung die Polarisation beruht. Nach dem üblichen Verfahren nehmen wir für die Bewegungsgleichungen des typischen Elektrons eine Form

$$m(\ddot{s} + n_r' \dot{s} + n_r^2 s) = e(E_s + aP_s)$$

1) Siehe z. B.: Guy, Schaeffer und Jones, Die Änderung der Absorption des Lichtes durch Wasser infolge der Gegenwart stark hydrierter Salze usw. Diese Zeitschr. **14**, 278, 1913. — R. A. Houstoun, Die Absorption von Licht seitens anorganischer Salze. Diese Zeitschr. **14**, 424, 1913.

2) Siehe Livens, Phil. Mag., Aug. und Okt. 1912.

an. Hier ist m die Masse des Elektrons, e seine Ladung; mn_r' und mn_r^2 sind die Konstanten der Reibungskraft bzw. der elastischen Kraft; s ist die Verschiebung des Elektrons, und E_s und P_s sind die Komponenten der elektrischen Kraft bzw. der Polarisation in der Richtung s; a ist eine Konstante, deren Zahlenwert angenähert $^1/_3$ ist.

Das einfallende Licht hat die Schwingungszahl n, und alle Funktionen hängen somit durch den Faktor e^{int} von t ab. Mithin erhalten wir:

$$m(n_r^2 + in_r'n - n^2)s = e(E_s + aP_s),$$

und folglich auch, da

$$P_s = \Sigma es$$

ist,

$$P_s\left(1 - \sum_r' \frac{ae^2/m}{n_r^2 - n^2 + in_r'n}\right) = \\ = \left(\sum_r' \frac{e^2/m}{n_r^2 - n^2 + in_r'n}\right) E_s,$$

wo $\sum_r'$ eine Summe bezeichnet, die per Volumeneinheit über alle vorhandenen Elektronen gebildet ist. Wenn wir diese Beziehung in der Form

$$P_s = (\varepsilon - i\varkappa^2 - 1)E_s$$

schreiben, so wissen wir, daß ε der Brechungsexponent des Mediums und $\varkappa$ der Extinktionskoeffizient ist. Mithin ist

$$\frac{\varepsilon - i\varkappa^2 - 1}{1 + a(\varepsilon - i\varkappa^2 - 1)} = \sum_r' \frac{e^2/m}{n_r^2 - n^2 + inn_r'}.$$

Wenn keine Absorption vorhanden ist, so ist

$$n_r' = 0,$$
$$\varkappa = 0,$$

und folglich:

$$\frac{\varepsilon^2 - 1}{1 + a(\varepsilon^2 - 1)} = \sum_r' \frac{e^2/m}{n_r^2 - n^2} = A,$$

so daß

$$\varepsilon = \sqrt{1 + \frac{A}{1 - aA}} = \sqrt{\frac{1 + (1-a)A}{1 - aA}}$$

wird.

Wenn Absorption vorhanden ist, wird diese Formel in Spektralgebieten in einiger Entfernung von den Banden oder Linien noch richtig sein. In der Nachbarschaft einer der Banden (die wir für unsere Zwecke als isoliert annehmen wollen), wird die Absorption, die von den diese Bande hervorbringenden Elektronen herrührt, merklich und muß in der Formel berücksichtigt werden.

Wir wollen annehmen, die Bande entspreche der Schwingungszahl n_1, und es seien N_1 zugehörige Elektronen in der Volumeneinheit enthalten. Dann können wir schreiben:

$$\sum_r' \frac{e^2/m}{n_r^2 - n^2 + inn_r'} = \frac{N_1 e^2/m}{n_1^2 - n^2 + in_1'n} + \\ + \sum_r' \frac{e^2/m}{n_r^2 - n^2},$$

wo die letzte Summe über alle Elektronen in der Volumeneinheit gebildet ist, die nicht in der Gruppe N_1 enthalten sind. Setzen wir nun

$$A_1 = \sum_r' \frac{e^2/m}{n_r^2 - n^2},$$

$$\varrho_1 = \frac{N_1 e^2}{m},$$

so erhalten wir:

$$\frac{\varepsilon - i\varkappa^2 - 1}{1 + a(\varepsilon - i\varkappa^2 - 1)} = A_1 + \frac{\varrho_1}{n_1^2 - n^2 + in_1'n},$$

und folglich:

$$\varepsilon - i\varkappa = \sqrt{\frac{1 + (1-a)A_1 + \dfrac{(1-a)\varrho_1}{n_1^2 - n^2 + inn_1'}}{1 - aA_1 - \dfrac{a\varrho_1}{n_1^2 - n^2 + inn_1'}}}.$$

Um diese Formel zu vereinfachen, setzen wir

$$x_1^2 = n_1^2 - \frac{a\varrho_1}{1 - aA_1},$$

$$\varepsilon_1^2 = \frac{1 + (1-a)A_1}{1 - aA_1},$$

$$2d = \frac{(1-a)\varrho_1}{1 + (1-a)A_1} + \frac{a\varrho_1}{1 - aA_1}$$

und können dann zeigen, daß

$$\frac{2\varepsilon^2}{\varepsilon_1^2} = L + M$$

und

$$\frac{2\varkappa^2}{\varepsilon_1^2} = L - M$$

ist, wo

$$L = \frac{\sqrt{\{(x_1^2 - n^2)(x_1^2 - n^2 - 2d) + n^2 n_1'^2\}^2 + 4d^2 n^2 n_1'^2}}{(x_1^2 - n^2)^2 + n^2 n_1'^2},$$

$$M = \frac{(x_1^2 - n^2)(x_1^2 - n^2 - 2d) + n^2 n_1'^2}{(x_1^2 - n^2)^2 + n^2 n_1'^2}$$

ist, und wenn wir jetzt

$$n^2 = x_1^2 + x,$$
$$f = x_1 n_1'$$

setzen, so können wir das Glied $xn_1'^2$ fortlassen, weil es immer klein gegen das dabeistehende Glied $f^2 = x_1^2 n_1'^2$ ist. Dies bedingt natürlich,

daß unsere Formeln nur auf ein kleines Spektralgebiet zu beiden Seiten der Stelle $n = x_1$ anwendbar sind. Dieses Gebiet ist indessen für alle praktischen Zwecke genügend ausgedehnt, und die Annäherung beschränkt die Anwendbarkeit unserer Ergebnisse kaum. Die Formeln ergeben dann:

$$L = \frac{\sqrt{(x^2 - 2dx + f^2)^2 + 4f^2d^2}}{x^2 + d^2},$$

$$M = \frac{x^2 - 2dx + f^2}{x^2 + d^2}.$$

Eine noch handlichere Form erhalten wir, wenn wir

$$x = f \operatorname{tang} \vartheta$$

und

$$d = \alpha f$$

setzen, denn dann wird:

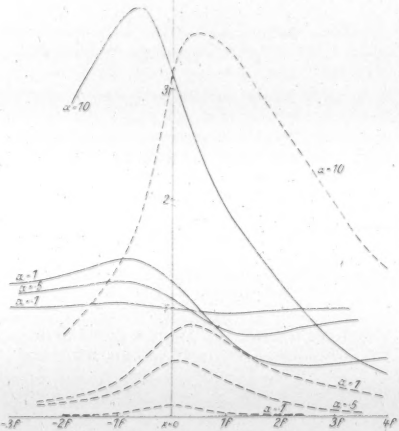
$$L^2 = 1 + 2\alpha^2 - 2\alpha \sin 2\vartheta + 2\alpha^2 \cos 2\vartheta,$$

$$M = 1 - \alpha \sin 2\vartheta,$$

und diese Formen eignen sich besonders für eine zahlenmäßige Berechnung, sobald α bekannt ist. Ich habe sie benutzt, um eine Reihe von Werten für ε^2 und $\varkappa$ in mehreren Fällen aufzunehmen, und zwar für

$$\alpha = \frac{1}{10}, \quad \frac{1}{2}, \quad 1 \text{ und } 10,$$

und die Ergebnisse sind in der nachstehenden Figur graphisch dargestellt. Sie zeigen sehr



deutlich die Abhängigkeit der Funktionen von den Werten für α. Die ausgezogenen Kurven sind die für $\varepsilon/\varepsilon_1$, und die gestrichelten Linien sind die Kurven für $\varkappa/\varepsilon_1$ für jeden der vier Fälle.

Die Punkte größter theoretischer Bedeutung auf den Kurven sind natürlich jene, die den Wendepunkten der Werte der Funktionen entsprechen. Setzen wir

$$y = \sqrt{1 - 2\alpha \sin 2\vartheta + 2\alpha^2 + 2\alpha^2 \cos 2\vartheta} \pm \pm (1 - \alpha \sin 2\vartheta),$$

so ist leicht ersichtlich, daß

$$y^2 + 2y(1 - \alpha \sin 2\vartheta) = 4\alpha^2 \cos^4 \vartheta$$

ist; mithin liegen die Wendepunkte von y an den Stellen der Kurve für y, wo

$$y = \pm \frac{4\alpha \cos^3 \vartheta \sin \vartheta}{\cos 2\vartheta} = \pm \frac{4\alpha \operatorname{tang} \vartheta}{1 - \operatorname{tang}^4 \vartheta}$$

ist. Mithin treten, einerlei welches Vorzeichen wir wählen, die Maximal-Minimalwerte bei den Werten von ϑ auf, die der Gleichung

$$16\alpha^2 \cos^6 \vartheta \sin^2 \vartheta + 8\alpha \cos 2\vartheta \cos^3 \vartheta \sin \vartheta (1 - \alpha \sin 2\vartheta) = 4\alpha^2 \cos^4 \vartheta \cos^2 2\vartheta$$

genügen, die sich, wenn wir

$$t = \operatorname{tang} \vartheta$$

setzen, auf

$$2t^5 - 3\alpha t^4 - 2\alpha t^2 - 2t + \alpha = 0,$$

oder nach Beseitigung des imaginären Faktors $t^2 + 1$ auf

$$2t^3 - 3\alpha t^2 - 2t + \alpha = 0$$

vereinfacht.

Die Wurzeln dieser Gleichung lassen sich leicht nach den üblichen Methoden bestimmen; wir können sie in der Form

$$t_1 = \frac{\alpha}{2} - \sqrt{\alpha^2 + \frac{4}{3}} \cos \frac{\pi + \varphi}{3},$$

$$t_2 = \frac{\alpha}{2} + \sqrt{\alpha^2 + \frac{4}{3}} \cos \frac{\varphi}{3},$$

$$t_3 = \frac{\alpha}{2} - \sqrt{\alpha^2 + \frac{4}{3}} \cos \frac{\pi - \varphi}{3}$$

schreiben, wo

$$\cos \varphi = \frac{\alpha^3}{\left(\alpha^2 + \frac{4}{3}\right)^{3/2}} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 + \frac{4}{3\alpha^2}\right)^3}}$$

ist.

Die erste dieser Wurzeln, die sich von 0 bis $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ändert, wenn sich α von 0 bis ∞ ändert, entspricht dem Maximum von $\varkappa^2$; die zweite, die sich zwischen 1 und ∞ ändert, entspricht dem Maximum von ε^2; die dritte, negative, die

sich zwischen -1 und $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ ändert, entspricht dem Höchstwerte von ε^2.

Die entsprechenden stationären Werte von ε^2 und $\varkappa^2$ erhält man ohne weiteres durch Substitution. Die maximale Absorption wird beispielsweise sehr angenähert durch

$$\frac{2\varkappa^2}{\varepsilon_1^2} = 4\alpha\left(\frac{\alpha}{2} - \sqrt{\alpha^2 + \frac{4}{3}}\cos\frac{\pi+\varphi}{3}\right)$$

für alle gewöhnlichen und kleinen Werte von α gegeben. Für größere Werte nimmt sie bis auf $^9/_8$ dieses Wertes zu; mithin ist annähernd

$$\varkappa = \alpha\varepsilon_1\left(1 - 2\sqrt{1 + \frac{4}{3\alpha^2}}\cos\frac{\pi+\varphi}{3}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Die wirkliche Lage dieses Maximums entspricht der Schwingungszahl n, wo

$$n^2 = x_1^2 + f\left(\frac{\alpha}{2} + \sqrt{\alpha^2 + \frac{4}{3}}\cos\frac{\pi+\varphi}{3}\right)$$

ist, oder, da

$$\alpha = d/f$$

ist,

$$n^2 = x_1^2 + \frac{d}{2}\left(1 - 2\sqrt{1 + \frac{4}{3\alpha^2}}\cos\frac{\pi+\varphi}{3}\right).$$

Diese allgemeinen Ergebnisse stehen vollkommen in Einklang mit den speziellen Näherungswerten, die Planck[1]) auf Grund seiner Form der Theorie und Havelock[2]) in anderer allgemeiner Form erhalten hat, doch scheint es keinem dieser Forscher gelungen zu sein, die vorstehende allgemeine Form zu erhalten. Es mag indessen erwähnt werden, daß selbst unsere Ergebnisse nicht so streng sind, wie es auf den ersten Blick den Anschein hat, denn ε_1 ist eine Funktion von n und wird sich in dem untersuchten Gebiet ein wenig ändern. Dadurch wird natürlich eine Verschiebung der Lagen der stationären Werte von $\varkappa$ und ε gegenüber denen von $\varkappa/\varepsilon_1$ und $\varepsilon/\varepsilon_1$ hervorgerufen werden, die wir oben erhalten haben. Wenn jedoch das untersuchte Gebiet in einiger Entfernung von allen übrigen absorbierenden Gebieten in demselben Spektrum liegt, so können wir sicherlich eine etwa von dieser Ursache herrührende Änderung vernachlässigen, und unsere Formeln können dann mit durchaus hinreichender Allgemeinheit, mit $n = x_1$ in ε_1, auf die Diskussion von $\varkappa$ und ε in der Umgebung der besonderen Absorptionsbande Anwendung finden, die wir gerade betrachten.

Ehe wir diese analytische Diskussion schließen, dürfte es sich empfehlen, die Näherungsformen für die Ergebnisse anzugeben, die man in den beiden besonderen Fällen erhält, welche den extremen Fällen von praktischer Bedeutung entsprechen.

(I.) α klein; die Absorption ist gering, hauptsächlich weil die Partialdichte der absorbierenden Elektronen klein ist. Die Werte von ε und $\varkappa$ werden dann annähernd durch

$$\varepsilon = \varepsilon_1(1 - \alpha\sin\vartheta\cos\vartheta),$$
$$\varkappa = \alpha\varepsilon_1\cos^2\vartheta$$

und

$$t_1 = 0,$$
$$t_2 = 1,$$
$$t_3 = -1$$

bestimmt. Dies ist der gewöhnliche elementare Fall vollkommener Symmetrie.

(II.) α groß; die Absorption ist groß, ebenso wie die Partialdichte der absorbierenden Elektronen. Hier haben wir angenähert:

$$\varepsilon^2 = \varepsilon_1^2\left(\frac{1}{2} + \alpha\cos\vartheta - \alpha\sin\vartheta\cos\vartheta\right),$$
$$\varkappa^2 = \alpha\varepsilon_1^2(\cos\vartheta + \sin\vartheta\cos\vartheta)$$

und

$$t_1 = \frac{1}{\sqrt{3}},$$
$$t_2 = \infty,$$
$$t_3 = -\frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Dies ist der Fall größtmöglicher Dissymmetrie.

Alle übrigen Fälle liegen zwischen diesen beiden. Die Art des Übergangs wird durch die oben gegebene Figur gut veranschaulicht.

Hiermit ist die erforderliche analytische Behandlung des Gegenstands abgeschlossen. In den folgenden Mitteilungen will ich dazu übergehen, die gewonnenen Ergebnisse auf die Erklärung der experimentell gefundenen Tatsachen anzuwenden, und dabei den Gegenstand ausführlicher behandeln, als es in meinen früheren Veröffentlichungen geschehen ist.

Sheffield, im Juli 1913.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 7. Juli 1913.)

1) M. Planck, Berl. Ber. 1903, Nr. 1.
2) Havelock, Proc. Roy. Soc. (A) **86**, 1911.

Wendepunkt in einer Absorptionsgrenzkurve; langwellige Absorptionsbande des Acetons.

Von J. Stark.

I.

In dieser Zeitschrift ist kürzlich eine Abhandlung von J. Bielecki und V. Henri[1]) erschienen, in welcher das Resultat von M. Gelbke[2]) über die Existenz einer langwelligen Bande des Acetons bestritten wird. In eben dieser Abhandlung teilen indes diese Autoren eigene Beobachtungen mit, aus denen sie hätten folgern können, daß Aceton in der Tat jene Bande besitzt. Sie scheinen nämlich die Bedeutung eines Wendepunkts in einer Absorptionsgrenzkurve zu verkennen. Demgegenüber und um weiteren Mißverständnissen in dieser Hinsicht vorzubeugen, erscheint es nicht überflüssig, das Zustandekommen eines Wendepunkts einmal ausführlicher zu zergliedern, als vielleicht mancher Leŝer für notwendig halten mag.

In zahlreichen Fällen ist an Banden in Emission festgestellt worden, daß ein Teil einer Bande über die Kante einer benachbarten Bande greifen kann, wie ohne weiteres aus dem Intensitätsabfall und der bekannten regelmäßigen Anordnung der Bandenlinien zu folgern ist. Genau in derselben Weise können offenbar auch breite kontinuierliche Banden in Emission oder Absorption nicht bloß kontinuierlich sich aneinanderreihen, sondern auch zum Teil einander überlagern. Hierbei sind, um uns in Fig. 1 und 2 auf den Fall zweier Absorptionsbanden zu beschränken, folgende ausgezeichnete Fälle möglich, in denen das Vorkommen der einzelnen Banden zu erkennen ist.

Erstens mag die Intensität der Absorption in beiden Banden ungefähr gleich groß sein, auch mögen die Bandenköpfe (Stellen stärkster Absorption) ziemlich weit voneinander entfernt sein. Aus der Zusammenlagerung der zwei Banden resultiert dann die Kurve I in den Figuren[3]) 1 und 2; für beide Banden kann in diesem Falle die Wellenlänge des Kopfes ermittelt werden.

Zweitens mag die eine Bande beträchtlich weniger intensiv sein als die zweite und dicht an diese herangerückt sein, so daß die erste in das Wellengebiet des einen Astes der zweiten Bande zu liegen kommt. In diesem Falle ergibt sich aus der Überlagerung der zwei Banden die Kurve II in Fig. 1 und 2. Der Wendepunkt zwischen den zwei Banden ist noch so auffallend ausgeprägt, daß er nicht übersehen werden kann. Wenn es auch in diesem Fall wohl ohne weiteres klar ist, daß sowohl rechts wie links von dem Wendepunkt eine Bande auftritt, so kann doch

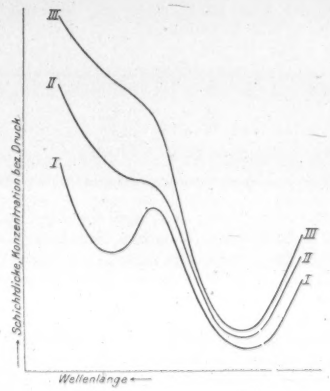


Fig. 1.

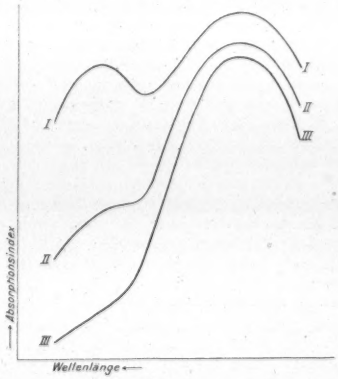


Fig. 2.

nur mehr für die intensivere Bande die Wellenlänge des Kopfes genau angegeben werden.

Ist eine Bande zwar sehr viel weniger intensiv als eine andere Bande in demselben Spektrum, liegt sie indes außerhalb deren Gebiet, so kann sie offenbar ebenso leicht nachgewiesen werden wie eine intensive Bande. Liegt sie jedoch in dem Gebiet des einen Astes einer sehr viel in-

1) J. Bielecki u. V. Henri, diese Zeitschr. **14**, 516, 1913.

2) M. Gelbke, Jahrb. d. Rad. u. El. **10**, 1, 1913.

3) Der Sinn einer Absorptionsgrenzkurve (Fig. 1) ist an anderer Stelle (Jahrb. d. Rad. u. El. **10**, 9, 1913) dargelegt worden, derjenige einer Absorptionsindex-Wellenlänge-Kurve liegt ohne weiteres zutage.

tensiveren Bande, so kann sie ihre Existenz nur mehr dadurch zu erkennen geben, daß sie in deren Ast einen mehr oder weniger deutlich ausgeprägten Wendepunkt hervorbringt. Dieser dritte Fall ist durch die Kurve III in Fig. 1 und 2 dargestellt.

Nach der vorstehenden Entwicklung dürfte folgender Satz kaum mehr auf Widerspruch stoßen: Ein Wendepunkt in dem einen Ast einer Bande in einer Absorptionsgrenzkurve oder einer Absorptionsindex-Wellenlänge-Kurve ist ein Zeichen für das Vorkommen einer weniger intensiven Bande in dem Wellenlängengebiete des einen Astes der ersten Bande.

II.

Die Absorptionsgrenzkurve des Acetons besitzt deshalb eine besondere Bedeutung, weil Aceton der Typus eines Ketons ist. Das Vorkommen einer langwelligen Absorptionsbande dieser Substanz neben der bekannten zuerst von E. C. C. Baly und A. W. Stewart[1]) aufgefundenen kurzwelligen Bande ist einmal in Analogie zu seinem Fluoreszenzspektrum, sodann auch aus folgendem Grunde von Interesse. Die Konjugation einer zweiten Karbonylgruppe oder einer Äthylenbindung zu einer Karbonylgruppe ruft, wie anerkannt ist (z. B. Diacetyl, Phoron), eine ziemlich intensive langwellige Bande neben der bekannten intensiven kurzwelligen Bande der *CO*-Gruppe hervor. Ist die langwellige Bande schon bei einem Monoketon ohne Konjugation vorhanden, nur in sehr viel kleinerer Intensität, so kann die Wirkung der Konjugation nicht in einer Neuschaffung, sondern nur in einer Verstärkung einer bereits vorhandenen Bande bestehen.

Dieser Hinweis rechtfertigt es vielleicht dem Fernerstehenden gegenüber, wenn hier eine einzige Bande einer einzigen Substanz einer eingehenden Diskussion unterworfen wird.

In der unter meiner Leitung zustande gekommenen Untersuchung des Herrn Gelbke über die Absorption und Fluoreszenz der Karbonylgruppe konnte zunächst die Angabe von Baly und Stewart über das Auftreten einer intensiven Bande bei λ 268 $\mu\mu$ bestätigt werden. Sodann ließ sich aus der Beobachtung einer Fluoreszenzbande bei λ 360 $\mu\mu$ vermuten, daß in diesem Gebiete eine weitere, „langwellige" Absorptionsbande existiert, die nur wenig intensiv ist und erst an großen Schichtdicken merkbar wird. „Es zeigte sich nun, daß für eine 30 mm und selbst für eine 55 mm dicke Schicht der Grenzpunkt der Absorption nur wenig über λ 320 $\mu\mu$ zurückweicht, bei weiterer Vergrößerung der Schichtdicke weicht indes der Grenzpunkt hinter λ 327 $\mu\mu$ rasch zurück und erreicht bei 250 mm Schichtdicke λ 360 $\mu\mu$; dabei ist dann der Grenzpunkt schwer genau festzustellen, weil von λ 355 $\mu\mu$ bis etwa 390 $\mu\mu$ die Intensität des durchgelassenen Spektrums langsam ansteigt." Es liegt auf der Hand, daß gemäß diesen Beobachtungen die Absorptionsgrenzkurve des Acetons einen Wendepunkt in der Gegend von etwa λ 330 $\mu\mu$ besitzt, und Gelbke durfte mit Recht aus ihnen folgern, daß Aceton oberhalb λ 330 $\mu\mu$ eine wenig intensive langwellige Absorptionsbande besitzt. Wenn er in der Fig. 9, 11 und 13 in verkleinertem Maßstab diese Bande einzeichnete, so wollte er offenbar nur vorstehendes Resultat in schematischer Weise graphisch darstellen.

Die Beobachtung Gelbkes hat nun durch genauere Messungen von Bielecki und Henri eine willkommene Bestätigung erfahren. Wie aus der hier (Fig. 3) wiedergegebenen, von ihnen

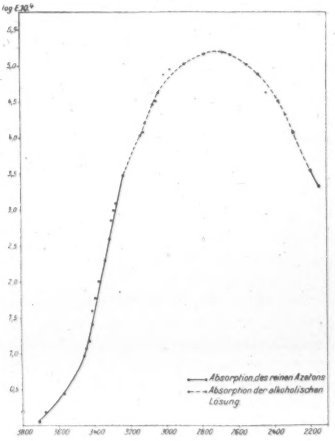


Fig. 3.

ermittelten Absorptionsindex-Wellenlänge-Kurve deutlich ersichtlich ist, besitzt diese ungefähr bei λ 340 $\mu\mu$ einen Wendepunkt. Daß dieser nicht genau mit dem von Gelbke gefundenen ungefähren Wert übereinstimmt, kann bei dem qualitativen Charakter einer Absorptionsgrenzkurve nicht auffallen. Wesentlich aber ist das Vorhandensein eines solchen Wendepunkts. Wenn also Bielecki und Henri als Resultat ihrer Untersuchung bezeichnen, daß Aceton nur die eine bekannte ultraviolette Absorptionsbande besitze, so haben sie, wie mir scheint, die Bedeutung

1) E. C. C. Baly u. A. W. Stewart, Journ. Chem. Soc. **87**, 766, 1905; **89**, 489, 1909.

des Wendepunkts in ihrer Kurve verkannt. Vielmehr darf es nunmehr sowohl auf Grund der Beobachtungen von Gelbke (Wendepunkt, langwellige Fluoreszenzbande) wie derjenigen von Bielecki und Henri (Wendepunkt) als sichergestellt erachtet werden, daß Aceton außer der bekannten kurzwelligen Bande noch eine viel weniger intensive langwellige ultraviolette Bande oberhalb λ 330 $\mu\mu$ besitzt.

Aachen, Physik. Instit. d. Techn. Hochschule 25. Juni 1913.

(Eingegangen 18. Juli 1913.)

Über Herrn Hilberts axiomatische Darstellung der elementaren Strahlungstheorie.

Von E. Pringsheim.

In unmittelbarem Anschluß an meine auf die „Begründung der elementaren Strahlungstheorie" bezüglichen „Bemerkungen"[1]) ist eine Mitteilung des Herrn Hilbert[2]) erschienen, die offenbar infolge meiner „Bemerkungen" entstanden ist, obwohl auf diese nur in einer Anmerkung und in einer Weise Bezug genommen wird, die geeignet ist, bei weniger orientierten Lesern irrige Anschauungen zu erwecken. Der in dieser Mitteilung von Herrn Hilbert eingenommene Standpunkt veranlaßt mich, meinen „Bemerkungen", die ich übrigens in allen Punkten aufrecht erhalte, noch einiges hinzuzufügen.

Über seinen auf der Naturforscherversammlung zu Münster 1912 gehaltenen Vortrag[3]) sagt Herr Hilbert jetzt: „Aus meinen Betrachtungen läßt sich — und dies zu ermöglichen war ihr Hauptziel — unmittelbar eine Darstellung jener Disziplin entnehmen, die den neueren Anforderungen einer axiomatischen Behandlungsweise nach dem Muster der Geometrie genügt". In dem Vortrage selbst ist weder von diesem „Hauptziel" noch von einer axiomatischen Darstellung überhaupt das geringste zu entdecken. Vielmehr wird im Eingange des Vortrags sein Ziel in folgender Weise charakterisiert: „Die Theorie der linearen Integralgleichungen hat, wie bekannt, in der Analysis, der Geometrie und in der Mechanik die mannigfaltigste Anwendung gefunden und zu einer Reihe neuer und tiefliegender Ergebnisse auf diesen mathematischen Wissensgebieten geführt. In dieser Mitteilung beabsichtige ich, die Bedeutung dieses wichtigen mathematischen Hilfsmittels für die theoretische Physik zu erörtern". Und: „Die folgenden Ausführungen haben zunächst das Ziel, aus den elementaren, wohldefinierten Begriffen der Emission und der Absorption die Kirchhoffschen Sätze theoretisch zu beweisen; dieses Ziel kann ohne Heranziehung der Integralgleichungen nicht erreicht werden".

Auf die axiomatische Darstellung kommt Herr Hilbert zum ersten Male in seiner zweiten Abhandlung[1]) zu sprechen, welche erschienen ist, nachdem ihn Herr Carathéodory auf meine Veranlassung brieflich darauf aufmerksam gemacht hatte, daß bei seiner vermeintlichen Herleitung des Kirchhoffschen Gesetzes der wesentliche physikalische Inhalt dieses Gesetzes stillschweigend vorausgesetzt ist. Darauf hat Herr Hilbert eben diesen physikalischen Inhalt des Kirchhoffschen Gesetzes in einem Satze formuliert, den er als Axiom I[2]) bezeichnet hat, und hat erklärt, daß dieses Axiom seiner „Herleitung" zugrunde liege. Daß Herr Hilbert unmittelbar nach seinem Vortrage noch nichts von diesem „Axiom" wußte, geht unzweifelhaft aus der Antwort hervor, die er auf eine Diskussionsbemerkung des Herrn v. Smoluchowski gegeben hat. Auf die Frage nämlich, wie sich die Sache verhalte, wenn man die Wellenlänge nicht, wie Herr Hilbert es getan habe, als konstant voraussetzt, sondern wenn man die Zusammensetzung der Strahlung aus verschiedenen Wellenlängen berücksichtigt, antwortete Herr Hilbert nicht — wie man es hätte erwarten sollen —: „Daß meine Betrachtungen auch für diesen Fall gelten, habe ich als Axiom vorausgesetzt", sondern er antwortet[3]) gänzlich unverständlich: „Dieser Punkt ist durch meine Methode mit erledigt. Es liegt keine Schwierigkeit darin . . ."

Auf Grund dieser Tatsachen hatte ich angenommen, daß Herr Hilbert zu der Absicht einer axiomatischen Darstellung erst nachträglich und weniger aus inneren als aus taktischen Gründen gelangt ist. In dieser Annahme habe ich bei meinen „Bemerkungen" darauf verzichtet, auf die axiomatische Darstellung des Herrn Hilbert selbst einzugehen. Nach der Bedeutung aber, die ihr jetzt von ihm zugeschrieben wird, halte ich es nicht für überflüssig, mich kurz mit ihr zu beschäftigen.

Herr Hilbert hat bisher fünf Axiome aufgestellt und prüft die Frage, welche von diesen Axiomen bzw. Axiomkombinationen zur Begründung des Kirchhoffschen Gesetzes hin-

1) Diese Zeitschr. **14**, 589—591, 1913.
2) D. Hilbert, Bemerkungen zur Begründung der elementaren Strahlungstheorie, ebenda, 592—595.
3) Diese Zeitschr. **13**, 1056—1064, 1912.

1) Jahresber. d. D. Math.-Vereinigung **22**, 1—20, 1913.
2) Dieses „Axiom I" ist identisch mit dem in den „Bemerkungen" des Herrn Hilbert als „Axiom 2" bezeichneten Satze.
3) Diese Zeitschr. **13**, 1064, 1912.

reichend sind und welche nicht. Zu dieser Prüfung benutzt er Gleichungen, die mit Hilfe bekannter Sätze der geometrischen Optik hergeleitet sind, und in denen die Lichtgeschwindigkeit q, der Emissionskoeffizient η und der Absorptionskoeffizient α vorkommen. Wenn es ihm gelingt, mit Hilfe dieser Gleichungen und der betreffenden „Axiome" das Kirchhoffsche Gesetz abzuleiten, so hält er es für erwiesen, daß die Axiome zur Herleitung dieses Gesetzes hinreichend sind. Wenn Herr Hilbert dagegen zeigen kann, daß es Werte von q, η und α gibt, die mit dem Kirchhoffschen Gesetz in Widerspruch stehen, von denen er aber mit Hilfe seiner Gleichungen nicht nachweisen kann, daß sie den betreffenden Axiomen widersprechen, so gilt ihm als erwiesen, daß allein auf Grund dieser Axiome ein Beweis des Kirchhoffschen Gesetzes unmöglich ist. Gegen diese Prüfungsmethode läßt sich sehr viel einwenden. Wie ich schon in meinen „Bemerkungen" unter III gesagt habe, sind die erwähnten Gleichungen des Herrn Hilbert an so spezielle Bedingungen geknüpft, daß es überhaupt nicht möglich ist, mit ihnen das Kirchhoffsche Gesetz in seiner allgemeinen Bedeutung herzuleiten, sondern nur für den speziellen Fall, daß es sich um lauter isotrope Substanzen handelt, und daß weder Zerstreuung noch Reflexion der Strahlung eintritt. Daraus müßte man streng genommen folgern, daß alle fünf Axiome des Herrn Hilbert zusammen nicht hinreichend sind, um aus ihnen das Kirchhoffsche Gesetz allgemein herzuleiten. Wenn wir uns aber auch mit einer nur für spezielle Fälle gültigen Herleitung begnügen wollten, so sind doch, wie Herr Hilbert selbst jetzt sagt, in seinen Definitionen und geometrisch-optischen Formeln „eine Reihe von Axiomen mit enthalten", in einer streng axiomatischen Darstellung müßten diese also einzeln formuliert werden. Die Hilbertsche Untersuchung beantwortet daher nicht die Frage, welche von seinen fünf aufgestellten Axiomen „allein" zu der gewünschten Herleitung genügen, sondern die Frage, welche von diesen Axiomen im Verein mit den zahlreichen, den benutzten Gleichungen zugrunde liegenden, aber nicht explicite ausgesprochenen Axiomen hierzu genügen. Wenn Herr Hilbert zu dem Resultat kommt, daß allein auf Grund eines seiner Axiome ein Beweis des Kirchhoffschen Gesetzes unmöglich ist, so bedeutet das bloß, daß dies mit Hilfe dieses Axioms und der in seinen Gleichungen steckenden Axiome unmöglich ist.

Aber auch abgesehen von alledem entbehren die axiomatischen „Unmöglichkeitsbeweise" des Herrn Hilbert des physikalischen Sinns. Betrachten wir z. B. den „Nachweis", daß allein auf Grund des Axioms 1 ein Beweis des Kirchhoffschen Gesetzes unmöglich ist. Axiom 1 lautet: „Im Zustande des thermischen Gleichgewichts der Strahlung ist die gesamte, aus irgendeinem Volumenelement emittierte Energie aller Farben gleich der gesamten in demselben absorbierten Energie". Herr Hilbert zeigt, daß sich Werte von q, η, α angeben lassen, die dem Kirchhoffschen Gesetz widersprechen und bei denen doch nach seinen Gleichungen die emittierte Gesamtenergie gleich der absorbierten, das Axiom 1 daher erfüllt ist. Hierbei ist aber nur ein Teil des Axioms 1 benutzt, die wichtigste Aussage dieses Axioms dagegen übersehen. Die Bedeutung des Axioms besteht nicht in der Aussage, daß die absorbierte Energie gleich der emittierten ist, sondern in der Forderung, daß diese Gleichheit im Zustand des thermischen Gleichgewichts der Strahlung stets vorhanden sein muß. Nur für diesen Zustand gilt das Axiom, welches nichts anderes ist als der Ausdruck des Carnotschen Prinzips für diesen Zustand. Wenn wir also in Gleichungen, die aus diesem Axiom gewonnen sind, Werte von q, η und α einsetzen, so müssen wir nachweisen, daß diese Werte mit den Bedingungen des thermischen Gleichgewichts der Strahlung überhaupt vereinbar sind. Zu diesem Zwecke muß man diese Bedingungen richtig physikalisch fassen. Wir wissen, daß diese Bedingungen die der reinen Temperaturstrahlung sind, wir wissen ferner, daß unter diesen selben Bedingungen auch das Kirchhoffsche Gesetz gilt, es ist daher unmöglich, Werte von q, η und α anzugeben, bei denen die Voraussetzung des Axioms 1, daß thermisches Gleichgewicht der Strahlung besteht, erfüllt, der Kirchhoffsche Satz (oder auch das Hilbertsche Axiom 2) nicht erfüllt ist. Wenn wir alle im Axiom 1 liegenden Voraussetzungen und ebenso die den Hilbertschen Gleichungen zugrunde liegenden — wie es die axiomatische Darstellung verlangt — in Form von Axiomen fassen wollten, so würden wir zu einer übergroßen Zahl von Axiomen kommen. Und ich glaube, daß wir immer auf die gleiche Schwierigkeit stoßen werden, wenn wir den Versuch machen, eine physikalische Disziplin axiomatisch zu begründen. Aus diesem Grunde glaube ich, daß die Physik kein geeignetes Feld für die axiomatische Methode ist.

Eine notwendige Bedingung der Temperaturstrahlung ist die, daß q, η und α an jeder Stelle des Raums nur von der physikalischen Beschaffenheit der dort vorhandenen Materie, nicht von der Umgebung abhängen. Diese Bedingung hat Herr Hilbert als besonderes Axiom (Axiom 3) ausgesprochen, sie ist aber, wie jede notwendige Bedingung der Temperaturstrahlung,

schon im Axiom 1 und ebenso im Axiom 2 enthalten. Daher ist es ein Irrtum, wenn Herr Hilbert glaubt, daß er in seinem auf dem Axiom 2 beruhenden „Beweise" der Kirchhoffschen Sätze von diesem Axiom 3 keinen Gebrauch gemacht habe, und wenn er sagt: „Die Kirchhoffschen Sätze, insbesondere der Satz, daß der Quotient $\frac{q^2\eta}{\alpha}$ stets eine vom Ort unabhängige Größe ist, bleiben also meinem Beweise zufolge auf Grund des Axioms 2 dennoch stets gültig, auch wenn wir davon absehen, daß die Größen η, α, q bereits durch die physikalische Beschaffenheit der Materie allein eindeutig bestimmt sind". Wenn q, η, α nicht durch die physikalische Beschaffenheit der Materie allein bestimmt sind, dann ist kein thermisches Gleichgewicht der Strahlung möglich, es gilt weder das Axiom 1, noch das Axiom 2, noch die Kirchhoffschen Sätze, insbesondere auch nicht der von Herrn Hilbert ausdrücklich hervorgehobene Satz von der Konstanz von $\frac{q^2\eta}{\alpha}$. So scheinen mir alle von Herrn Hilbert aus seinen Axiomen gezogenen Schlüsse teils unrichtig, teils physikalisch bedeutungslos zu sein.

Gegen die auf dem Axiom 5 (früher Axiom III) beruhende „Herleitung" des Kirchhoffschen Gesetzes hatte ich eingewendet, daß Herr Hilbert seine Formeln auf einen Fall anwendet, für den sie nicht gelten, da hier die Reflexion eine wichtige Rolle spielt. Obwohl Herr Hilbert sagt, daß meine Einwendungen gegen seine Ausführungen über das Axiom 5 ihm in keinem Punkte als berechtigt erscheinen, erkennt er jetzt doch an, daß seine Formeln für den Fall der Reflexion und Zerstreuung keine Gültigkeit haben. Allerdings tut er das in einer mehr als merkwürdigen Form. Er sagt: „In der Annahme, daß die Energie ausschließlich längs der Kurven raschester Ankunft transportiert werde[1]), liegt die axiomatische Forderung, daß bei Betrachtung des thermischen Gleichgewichts so verfahren werden darf, als wenn Zerstreuung und Reflexion des Lichts nicht vorhanden wären". „Die Aussage dieses Axioms kann durch eine ähnliche Betrachtung physikalisch plausibel gemacht werden, wie sie M. Planck hinsichtlich der Zerstreuung anwendet." Es werden also Formeln, die nur für spezielle Fälle gelten, stillschweigend als allgemein gültig aufgestellt und auf Fälle angewendet, in denen sie nicht gelten. Darin liegt die axiomatische Forderung, daß dieses Verfahren zu keinen Fehlern führt. Wenn Herr Hilbert die Absicht gehabt hätte, den Versuch einer axiomatischen Darstellung der Strahlungstheorie ad absurdum zu führen, so hätte er zu diesem Zwecke gar kein geeigneteres „Axiom" aufstellen können als dieses. Und überdies ist die „Aussage dieses Axioms", so wie es ausgesprochen ist, nicht einmal richtig. Bei der Betrachtung des thermischen Gleichgewichts der Strahlung darf die Reflexion keineswegs vernachlässigt werden. Die von Herrn Hilbert für die in einem Volumenelement absorbierte Energie aufgestellten Formeln werden unbrauchbar, wenn Reflexion vorhanden ist, und die von ihm angewendete Methode ist ihrer ganzen Grundlage nach nicht imstande, in diesem Falle zum Ziele zu führen. Das Kirchhoffsche Gesetz freilich gilt, wie wir zum Glück aus der Erfahrung und durch die von Herrn Hilbert so niedrig eingeschätzten bisherigen theoretischen Herleitungen wissen, in der gleichen Form, ob Reflexion vorhanden ist oder nicht.

Obwohl das Kirchhoffsche Gesetz aus der Betrachtung des thermischen Strahlungsgleichgewichts gewonnen ist, so ist doch die Gleichung, durch die es seinen Ausdruck findet, frei von jeder Beziehung auf dieses Gleichgewicht. In ihr kommen bloß Größen vor, die durch den Zustand der Materie eindeutig bestimmt sind. Darin liegt die grundlegende Bedeutung des Kirchhoffschen Gesetzes für die Theorie der Bewegung der Strahlung. Der Versuch, den Herr Hilbert gemacht hat, diese Theorie auf seine inhomogene Integralgleichung (25) zu stützen, erscheint mir in jeder Hinsicht verfehlt.

Zum Schluß möchte ich meine Kritik der Hilbertschen Arbeiten dahin zusammenfassen, daß weder der Versuch einer axiomatischen Darstellung der Strahlungstheorie, noch die beiden Versuche einer strengen Herleitung des Kirchhoffschen Gesetzes zu einem brauchbaren Ergebnis geführt haben. Es war gewiß weder eine angenehme noch eine dankbare Aufgabe, diese Arbeiten in der Weise, wie es hier geschehen ist, zu zerpflücken. Wenn ich mich ihr unterzogen habe, so geschah es lediglich in der Absicht, zu verhindern, daß die Irrtümer des Herrn Hilbert, getragen durch das große Ansehen, das sein Name in der mathematischen Welt genießt, von Fachgenossen, die dem Gegen-

1) Diese „Annahme" hat Herr Hilbert in seiner ersten und ebenso in seiner zweiten Arbeit folgendermaßen eingeführt: „Durch diese Funktion ($q = q(x, y, z)$) allein sind bereits die möglichen Lichtwege oder Strahlen, längs deren der Energietransport stattfindet, mathematisch vollständig bestimmt, nämlich als die Minimalkurven des Variationsproblems

$$\int_{x_1 y_1 z_1}^{x y z} \frac{ds}{q} = \text{Min.}, \ldots .$$

stande weniger nahe stehen, als Wahrheiten aufgenommen werden.

Breslau, Physikalisches Institut der Universität, Juli 1913.

(Eingegangen 29. Juli 1913.)

Bemerkung zu meinem Aufsatz: Ein Demonstrationsmodell für Wellenvorgänge [1]).

Von H. Barkhausen.

Herr Prof. W. H. Julius, Utrecht, macht mich freundlichst darauf aufmerksam, daß er ein gleiches Modell schon in der Zeitschr. für den physik. u. chem. Unterricht 1907, S. 87 beschrieben hat. Mein Modell ist hiernach nur eine Wiederholung desselben Gedankens.

Die konstruktive Lösung ist freilich etwas anders ausgefallen. Herr Julius benutzt die Torsion eines starken Drahtes und muß, um ein entsprechend großes Trägheitsmoment zu erreichen, Stäbe mit 1,2 cm dicken Messingkugeln an beiden Enden als Schwingungselemente verwenden. Da aber das Drehmoment eines Drahtes mit der 4. Potenz, seine Zugfestigkeit nur mit der 2. Potenz des Durchmessers abnimmt, wählte ich den Draht so dünn wie irgend möglich, so daß dann die einfachen dünnen Blechstreifen als Schwingungselemente genügen. Die Herstellung wird dadurch so einfach, daß mir mein Mechaniker an einem Vormittag ein neues Modell anfertigte, so daß ich es am Mittag desselben Tages vorführen konnte.

Dresden, Institut für Schwachstromtechnik.

(Eingegangen 26. Juli 1913.)

1) Diese Zeitschr. 14, 620, 1913.

BESPRECHUNGEN.

O. D. Chwolson, Lehrbuch der Physik, 4. Band, Die Lehre von der Elektrizität, zweite Hälfte, erste Abteilung. Unter Mitwirkung von A. A. Dobiasch und A. L. Gerschun; übersetzt von H. Pflaum und A. B. Foehringer. 8°. 446 S. mit 114 Abbildungen. Braunschweig, Fr. Vieweg & Sohn. 1913. Geheftet M. 7,50

Sehr erfreulicherweise ist nunmehr die erste Abteilung der zweiten Hälfte der Lehre von der Elektrizität aus dem einzigartigen Lehrbuch der Physik O. D. Chwolsons erschienen. Gewiß werden zahlreiche Fachgenossen mit Sehnsucht auf die Vollendung des Werkes gehofft haben. Wenn nun nur die erste Abteilung der 2. Hälfte des Elektrizitätsbandes erschienen ist, so hat dies seine Ursache in einer schweren Erkrankung des Verfassers, die seine Arbeitsfähigkeit sehr eingeschränkt hat. Hoffen wir, daß es dem Verfasser möglich sein wird, die das ganze Werk beschließende zweite Abteilung der zweiten Hälfte des Elektrizitätsbandes bald folgen zu lassen.

Die Erscheinungsdaten der bisher herausgegebenen Teile des umfassenden Lehrbuches sind für Bd. I Mechanik und Lehre von den Aggregatzuständen 1902, für Bd. II Lehre vom Schall und der strahlenden Energie 1904, für Bd. III Lehre von der Wärme 1905, für Bd. IV Lehre von der Elektrizität, 1. Hälfte 1908, 2. Hälfte 1. Abteilung 1913. Da somit seit Erscheinen der einzelnen Bände beträchtliche Zeiträume, die zahlreiche Entdeckungen gebracht haben, verstrichen sind, so sei darauf aufmerksam gemacht, daß die beträchtlich später als die deutsche erschienene französische Ausgabe des Chwolsonschen Lehrbuches zahlreiche wertvolle Ergänzungen bietet. Während nun die erste Hälfte des Elektrizitätsbandes das konstante elektrische Feld und einen Teil des konstanten magnetischen Feldes behandelte, vollendet die hier besprochene erste Abteilung der 2. Hälfte die Lehre vom konstanten Magnetfeld und bringt noch die ganze Lehre vom veränderlichen Magnetfeld. Es fehlen somit zum Abschluß des ganzen Werkes in erster Linie die mit der Elektronentheorie aufs engste zusammenhängenden Gebiete der Elektrizitätsleitung in Gasen und festen Körpern sowie die Erscheinungen der Radioaktivität.

Im speziellen handelt der eben erschienene Teil des Werkes zunächst im 9. Kapitel der Lehre vom konstanten Magnetfeld von der Einwirkung eines solchen Feldes auf die Eigenschaften der in ihm befindlichen Körper, z. B. auf ihre Elastizität, innere Reibung und Oberflächenspannung, Dampfspannung, Wärmekapazität und Wärmeleitung, chemische Reaktionsfähigkeit usf., im 10. Kapitel von den Methoden und Resultaten der Messungen von elektrischen Widerständen, im 11., zum größten Teil von A. L. Gerschun verfaßten Kapitel von der Messung der Stromstärke, der elektromotorischen Kraft und der magnetischen Feldintensität. Das 1. Kapitel der Lehre vom veränderlichen Magnetfeld bringt zunächst eine sehr willkommene Einleitung in die Vektoranalyse, das zweite von A. A. Dobiasch verfaßte Kapitel behandelt die Erscheinungen der Induktion, das 3., 4. und 5. Kapitel endlich sind theoretischer Natur und behandeln die Maxwellsche Theorie, die Grundlagen der Elektronentheorie sowie in ausgezeichnet klarer Weise das Relativitätsprinzip.

Es braucht wohl kaum mehr hervorgehoben zu werden, daß die alten Vorzüge des Werkes, wie Fülle und Vollständigkeit des Materials, zahlreiche Literaturhinweise, gute Figuren, ausgezeichnete didaktische Anordnung und lichtvolle Klarheit selbst bei Behandlung der schwierigsten Kapitel auch den eben erschienenen Teil des Standardwerkes auszeichnen. Wir können uns nur freuen, daß uns auf dem Gebiete der Lehre von Magnetismus und Elektrizität zwei solche ausgezeichnete eigenartige zusammenfassende Werke wie das Chwolsonsche

und das Kaufmannsche in Müller-Pouillets Lehrbuch der Physik zur Verfügung stehen, dem sich als drittes das von L. Graetz herausgegebene, im Erscheinen begriffene Handbuch der Elektrizität und des Magnetismus anschließen wird. K. Jellinek.

O. D. Chwolson, Traité de Physique. Ouvrage traduit sur les éditions russe et allemande par E. Davaux. Edition revue et considérablement augmentée par l'Auteur, suivie de Notes sur la Physique théorique par E. Cosserat et F. Cosserat. Tome Troisième. Troisième Fascicule; Propriétés des vapeurs. Equilibre des substances en contact. Avec 93 figures dans le texte. Lex. 8°. II u. 263 S. Paris, A. Hermann et fils. 1911. Fr. 9.—[1])

Mit dem Erscheinen dieser Lieferung nähert sich die französische Ausgabe allmählich dem Stande der deutschen, deren letzter Halbband hoffentlich nicht mehr allzulang auf sich warten läßt.

Iklé.

Bernardo Dessau, Manuale di Fisica ad uso delle scuole secondarie e superiori. Volume Primo: Meccanica. Lex. 8°. XII u. 500 S. mit 338 Figuren. Mailand, Rom und Neapel, Società Editrice Libraria. 1912. Lire 12.—

Wenn ich Veranlassung nehme, den Lesern dieser Zeitschrift ausführlicher über ein fremdsprachliches Lehrbuch der Physik zu berichten, so geschieht es, weil ich in diesem Buche eine wertvolle Bereicherung der gesamten Lehrbuchliteratur erblicke. Die „scuole secondarie" in Italien entsprechen etwa unseren höheren Schulen von der Oberrealschule an aufwärts, die „scuole superiori" unseren Hochschulen. Der Verfasser will nun mit seinem Lehrbuche zunächst dem Lehrer an der „scuola secondaria" einen Führer durch das weite Feld an die Hand geben, in das er seine Zöglinge einzuführen hat. Dabei soll ihm aber auch Gelegenheit geboten werden, je nach den Bedürfnissen und Neigungen seiner Klasse, das eine oder andere Gebiet gründlicher zu behandeln, als es der offizielle Lehrplan verlangt, und so in den Schülern ein lebhafteres Interesse an der Physik und ein gründlicheres Verständnis ihrer inneren Zusammenhänge zu wecken. Das Buch will aber auch dem Lernenden helfen, die erworbenen physikalischen Kenntnisse zu erweitern und zu vertiefen, und will ihm auch auf der Hochschule ein treuer Gefährte bleiben, der ihn bis an das Studium der Fachschriften und der Originalarbeiten führt.

Das Werk zerfällt in drei Bände, von denen der erste, die Mechanik behandelnd, jetzt vorliegt. Der zweite Band soll Schall, Licht und Wärme behandeln, der dritte Elektrizität und Magnetismus.

Den ersten Band eröffnet eine Einleitung mit den Abschnitten: „Gegenstand der Physik; Historische Angaben; Methode der Physik; Messung physikalischer Größen, Einheiten und Maßsysteme; Instrumente zur Längenmessung. Messung von ebenen Flächen, Räumen und Winkeln; Messungsfehler und deren Korrektion; Graphische Darstellung der Beobachtungsresultate; Skalare und vektorielle Größen". Dann folgen die Kapitel: „Kinematik; Dynamik; Statik; Arbeit und Energie; Gravitation und Potential; Mechanik fester Körper; Hydrostatik; Molekularphänomene in Flüssigkeiten; Statik der Gase; Molekularwirkungen in Gasen; Dynamik der Fluida; Schwingungen und Wellen".

Bei dem gewaltigen Gebiete, das hier behandelt wird, ist es selbstverständlich, daß nicht alle Einzelheiten mit gleicher Ausführlichkeit bedacht worden sind. Der Verfasser hat sich mit Erfolg bemüht, das Wichtigste eingehend zu behandeln und dabei vor allen Dingen auf die inneren Zusammenhänge und die gegenseitigen Beziehungen nachdrücklich hinzuweisen. Auch die Anwendungen auf das tägliche Leben und auf die Technik haben vollste Berücksichtigung gefunden; so finden wir beispielsweise den Schlickschen Schiffskreisel ebenso erwähnt wie die Versuche mit Einschienenbahnen. Wenn ich vielleicht an der einen Stelle ein Mehr, an der anderen dafür ein Weniger, lieber gesehen hätte, so ist das Sache persönlichen Empfindens und keineswegs ein Mangel des vortrefflichen Buches. Wenn ich trotzdem hier auf einige dieser Punkte hinweise, so geschieht es in dem Gedanken, daß vielleicht der eine oder andere Wunsch bei Vorbereitung einer späteren Auflage Beachtung finden könnte. Bei der Behandlung der Wage hätte ich gern stärker betont gefunden, daß Momente verglichen werden; nach meinen Erfahrungen machen sich die wenigsten Schüler das klar. Neben der Durchbiegung eines einseitig eingespannten und eines beiderseits unterstützten Trägers hätte ich gern auch die eines beiderseits eingespannten behandelt gesehen.

Recht wertvoll ist die gründliche Scheidung, die der Verfasser zwischen „Spezifischer Masse" oder „Dichte" mit der Dimension $[ML^{-3}]$, „Absolutem Spezifischem Gewicht" mit der Dimension $[ML^{-2}T^{-2}]$ und „Relativem Spezifischem Gewicht" mit der Dimension $[M^0L^0T^0]$ eintreten läßt.

Interessant ist auch die vom Verfasser gegebene Definition des Potentials, $G = -\frac{vM}{r}$, der Gravitation: „Das Potential einer kugelförmigen Masse in bezug auf einen äußeren Punkt (oder einer punktförmigen Masse in bezug auf irgendeinen Punkt) wird gegeben durch die negative widerstandsleistende Arbeit (oder durch die bewegende Arbeit mit umgekehrtem Vorzeichen) der Gravitation beim Übergang der Masse von 1 Gramm aus unendlicher Entfernung bis zu dem betrachteten Punkte". Als Grund für diese — übrigens nicht nur in dem vorliegenden Buche gewählte — von der meist üblichen abweichenden Definition gibt der Verfasser an, daß bei der letzteren Definition der Wert des Potentials in unendlicher Entfernung null ist und bei gegenseitiger Annäherung zweier Massen wächst, so daß einer Verminderung der potentiellen Energie, wie sie bei dieser Annäherung auftritt, eine Zunahme des Potentials entspricht. „Die hier angenommene Definition hingegen paßt sich nicht nur besser dem Potentialbegriff an, wie wir ihn in der Theorie der Elektrizität und des Magnetismus finden, sondern sie stellt auch einen Parallelismus zwischen Potential und potentieller Energie her". Leider durchbricht der Verf. dieses berechtigte Prinzip bei Behandlung der Empfindlichkeit der Wage. Diese Empfindlichkeit wird definiert als der Wert, den man dem Übergewicht geben muß, um einen Ausschlag von einem Skalenteil zu erreichen. Hier wird also das Prinzip des Parallelismus ebenso

1) Siehe diese Zeitschr. 8, 159, 663, 1907; 10, 495, 1909.

verletzt wie bei der leider noch meist gebräuchlichen Bezeichnung der Empfindlichkeit eines Galvanometers.

Erwähnt sei noch, daß sich auf S. 56 oben leider ein häßlicher Druckfehler in die Dimensionsgleichung eingeschlichen hat, den aber vermutlich jeder Schüler, der das Buch bis hierher mit einiger Aufmerksamkeit gelesen hat, ohne weiteres selbst verbessern wird.

Diese kleinen Schönheitsfehler vermögen aber keineswegs, dem Werte des Buches Abbruch zu tun. Besonders erwähnenswert erscheint mir, daß der Verfasser es verstanden hat, alle Ableitungen der Gleichungen ohne jede Verwendung der Infinitesimalrechnung durchzuführen. Durch dieses Verfahren wird naturgemäß der Kreis derer, die aus dem Werke Nutzen ziehen können, ganz erheblich erweitert. Die Sprache zeichnet sich durch große Klarheit und Präzision, sowie durch Eleganz aus, und die Lektüre des Buches wird niemals anstrengend oder ermüdend wirken. 338 Figuren, die — vielleicht mit Ausnahme von Fig. 188 und Fig. 201 — äußerst zweckmäßig gewählt sind, erleichtern das Verständnis der Darlegungen. Kurzum, wir haben es m. E. mit einem freudig zu begrüßenden Werke zu tun und müssen dem Erscheinen der beiden weiteren Bände mit Spannung entgegen sehen. Vielleicht entschließt sich der Verfasser auch zu einer deutschen Ausgabe? Er würde sich damit gewiß den Dank Vieler erwerben!

Iklé.

Oliver Heaviside, Electromagnetic Theory. Vol. III. IX u. 519 S. London. „The Electrician" printing and publishing Co. Ltd. 1912. Geb. 21 sh. nett.

Den beiden ersten Bänden von Heavisides „Electromagnetic Theory" ist nach langer Pause der dritte nunmehr gefolgt. In der Anlage und in seiner ganzen Art gleicht er durchaus den beiden ersten Bänden. Wie diese bringt er neben Abhandlungen, die bereits in Zeitschriften erschienen sind, eine Reihe von bisher nicht veröffentlichten Arbeiten des Verfassers, welche die ersten teils in verschiedener Hinsicht erweitern und abrunden, teils aber auch sich auf neue Fragen beziehen.

Es ist nicht möglich, in dem engen Rahmen einer Besprechung die Fülle des in dem Buche behandelten Stoffes auch nur einigermaßen zu würdigen. Nur eine Übersicht kann in großen Zügen gegeben werden. Der erste, in den Jahren 1900 und 1901 entstandene Teil betrifft die von bewegten Ladungen ausgehenden Wellen. Eine große Zahl der verschiedensten Probleme wird hier behandelt, viele davon in überraschend anschaulicher und einfacher Darstellungsform, die wohl einen Begriff davon geben kann, welche ungewöhnliche Vorstellungskraft der Verfasser vom Wirken elektromagnetischer Felder besitzen muß.

Der zweite Teil des Buches trägt die Überschrift „Ätherwellen". Sie bedeutet aber nur ein Leitmotiv; denn der Verlauf dieser Untersuchungen führt den Verfasser unter anderem auch zu allgemeinen Bemerkungen über die Prinzipien der Mechanik, zu Problemen aus verschiedenen anderen Gebieten der Physik und auch zu elektrotechnischen Anwendungen der Theorie in der Kabeltelegraphie und Fernsprechtechnik. In vielen Fällen scheint es besonders die mathematische Seite des Problems gewesen zu sein, die den Verfasser angezogen hat; so spricht er in dem § 525 (Deep water waves) geradezu davon, daß ihn eine Bemerkung von Lord Kelvin über die Unlösbarkeit eines bestimmten Integrals veranlaßt habe, das Problem anzugreifen.

Das Werk zeigt von neuem die bewunderungswürdige Meisterschaft Heavisides in der Handhabung des mathematischen Apparates zur Lösung physikalischer Probleme. Es ist gewiß richtig, daß uns, die wir in hergebrachten Geleisen mathematisch zu denken gewohnt sind, seine Methode oft seltsam genug vorkommt, und daß wir seiner Schlußweise nicht immer zu folgen vermögen. Aber ebenso richtig ist es, daß seine Ergebnisse, soweit sie bisher auf anderem Wege nachgeprüft werden konnten, sich stets als zuverlässig erwiesen haben. Die Eleganz und die Leichtigkeit, mit der seine Methoden häufig in schwierigen Fällen zum Ziele führen, verdient jedenfalls die Beachtung der Mathematiker; die, welche heute noch abseits stehen, darf man vielleicht daran erinnern, daß es auch lange genug gedauert hat, bis sich Fouriers glänzende mathematische Methoden das unbestrittene Bürgerrecht in der Mathematik erworben haben. Überhaupt bildet Heavisides neues Buch für den Mathematiker vielleicht mehr noch als für den Physiker eine unerschöpfliche Fundgrube der Anregung.

K. W. Wagner.

E. Jahnke und F. Emde, Funktionentafeln mit Formeln und Kurven. gr. 8. XII u. 176 S. mit Figuren. Leipzig und Berlin, B. G. Teubner. 1909. Preis geb. Lnw. 6 M.

Erst vor kurzem ist mir von der Redaktion das vorliegende Buch zur Besprechung übergeben worden. Da dasselbe schon 1909 erschienen ist, so kann ich jetzt nach vielfacher eigener und fremder Erfahrung bezeugen, daß die Arbeit der beiden Herrn Verfasser für physikalisch-praktische Rechnungen ein wirklich unschätzbares Hilfsmittel darstellt. Sie ist außerdem ebenso nutzbringend für jeden, der sich aus rein theoretischem Interesse mit den in dem Buch behandelten Funktionen beschäftigt.

Den deutlichsten Einblick in den Inhalt des Werkes gewährt ein Überblick über das Inhaltsverzeichnis, das ich hier anführe:

1. Funktionen $x \operatorname{tg} x$ und $x^{-1} \operatorname{tg} x$. 2. Wurzeln transzendenter Gleichungen. 3. Verwandlung von $a + bi$ in $re^{\varphi i}$ und umgekehrt. 4. Die Exponentialfunktionen e^x und e^{-x}. 5. Die Hyperbelfunktionen. 6. Der Integralsinus, der Integralkosinus und der Integrallogarithmus. 7. Die Fresnelsche Integrale. 8. Die Gammafunktion. 9. Das Gaußsche Fehlerintegral $\Phi(x)$. 10. Die Pearsonsche Funktion $F(r, v)$. 11. Die elliptischen Integrale und Funktionen. 12. Die Kugelfunktionen. 13. Die Besselschen Funktionen.

Man ersieht aus dieser Aufzählung, daß die Herren Verfasser bestrebt waren, den verschiedensten Bedürfnissen zu genügen, und daß sie mit Geschick ihre Auswahl aus den vorhandenen Tafeln getroffen haben. Natürlich entspricht der Umfang der einzelnen Nummern auch ihrer Bedeutung. Jede Nummer wird durch eine Zusammenstellung der wichtigsten Formeln und Eigenschaften der betr. Funktionen eingeleitet, und darauf folgen die Tafeln. Diese sind durchgehends vierstellig, was für die Praxis meist ausreicht. Anordnung und Druck sind sehr übersichtlich.

Ein glücklicher Gedanke war es, neben die Tafeln auch die graphischen Darstellungen zu

setzen, aus denen man den Verlauf der Funktion mit einem Blick übersehen kann.

Es ist zweifellos, daß sich die Funktionentafel viele Freunde erwerben und daß sie bald ein unentbehrliches Hilfsmittel für theoretisch-physikalische Arbeiten sein wird. Einige Druckfehler, wie sie bei einer Erstausgabe von umfangreichem Formel- und Zahlenmaterial fast unvermeidlich sind, haben die Verfasser seitdem im „Archiv der Mathematik und Physik“ (3) Bd. 15 S. 372, Bd. 16 S 285, Bd. 17 S. 286, Bd. 18 S. 204 u. 374, Bd. 20 S. 95 bekannt gemacht. J. Sommer.

Wilhelm Volkmann, Praxis der Linsenoptik, in einfachen Versuchen zur Erläuterung und Prüfung optischer Instrumente. Bibliothek für naturwissenschaftliche Praxis, herausgegeben von Dr. Wächter. Band 1. gr. 8. VII u. 166 S. mit 36 Textabbildungen und 4 Tafeln. Berlin, Gebr. Bornträger. 1910. Preis gebunden M. 3.50

Die Optotechnik ist vom Standpunkt des Physikers aus ein Spezialgebiet ohne allgemeinere Bedeutung. Im praktischen Leben sind aber gerade photographische und mikroskopische Apparate so ziemlich die einzigen Produkte der Physik, die beim Gebrauch ein gewisses Verständnis erfordern. Daher die immer wieder neuen Versuche, dies Gebiet populär zu behandeln und auch dem Selbststudium zugänglich zu machen. —

Der übliche physikalische Unterricht beschränkt sich in der sog. „geometrischen Optik“ auf einige Rechnungen und Konstruktionen, die ohne jede praktische Bedeutung sind, da sie nur für einen ganz engen Strahlenbereich in der Nähe der Achse und meist auch nur für unendlich dünne Linsen gelten, und sich mit dem Phantom der kollinearen Abbildung beschäftigen. Der Verfasser versucht hier zum ersten Male die Behandlung der optischen Instrumente ganz auf den Boden zu stellen, wo sie hingehört, nämlich des Experimentes.

Er bespricht viele mit außerordentlich billigen Hilfsmitteln herzustellende Versuche, die außer den allgemeinen Lagen und Größenbeziehungen auch die Abbildung achsenferner Punkte behandeln. Es werden demzufolge die sämtlichen Bildfehler in einfachen Experimenten vorgeführt, nicht nur die oft gezeigte sphärische und chromatische Aberration, sondern auch Koma, Astigmatismus, Bildwölbung und Verzeichnung. Auch die für photographische Objektive wichtigen Spiegelflecke werden besprochen. Mit Hilfe eines einfachen Gazeschleiers versteht es der Verfasser ferner, die Abbesche Theorie der Bildentstehung im Mikroskop verständlich zu machen, und gibt zum Schluß noch einige allgemeine Winke für die Prüfung und Beurteilung optischer Instrumente.

Das Büchlein kann in jeder Beziehung warm empfohlen werden. Felix Jentzsch.

M. v. Rohr, Das Auge und die Brille [Aus Natur und Geisteswelt. 372. Bändchen]. 8, VI u. 100 S. mit 84 Textabbildungen und einer Lichtdrucktafel. Leipzig, B. G. Teubner. 1912. Geb. M. 1.25

Das Werkchen ist in seinem zweiten und hauptsächlichsten Teile ein Auszug aus dem größeren Buche des Verfassers über die Brille, das in dieser Zeitschrift bereits besprochen wurde (vgl. 12, 460, 1911), so daß im allgemeinen darauf verwiesen werden kann. Vorausgeschickt ist ein Abschnitt über das Auge und seinen Gebrauch beim Sehen, der in der bekannten, überaus klaren Darstellungsweise des Verfassers auch die Theorie der Perspektive behandelt. Den Beschluß bildet ein 8 Seiten langer Abschnitt über die Brillengestelle.

Felix Jentzsch.

A. Gullstrand, Einführung in die Methoden der Dioptrik des Auges des Menschen. gr. 8. 180 S. m. 20 Figuren. Leipzig, S. Hirzel. 1911. M. 6.—

Das Buch ist als Teil eines für Physiologen bestimmten Handbuches geschrieben (Handbuch der physiologischen Methodik, herausgegeben von Robert Tigerstedt). Der Inhalt besteht aus fünf Kapiteln: 1. Allgemeine Dioptrik, 2. Objektive Beobachtungsmethoden, 3. Entoptische Beobachtungsmethoden, 4. Messungsmethoden, 5. Spezielle Methoden zur Erforschung des Akkommodationsmechanismus.

Wie der Autor im Vorwort anführt, ist das Werk weniger für den Anfänger bestimmt, eignet sich aber eher für den geschulten Ophthalmologen und für den Physiologen. Es trägt das Gepräge der Arbeiten, mittels welcher der Autor in den letzten 15—20 Jahren die physiologische Optik bereichert und revolutioniert hat. Ein Referat ist wegen der Schwierigkeit der Materie unmöglich.

K. K. K. Lundsgaard.

Carl Forch, Der Kinematograph und das sich bewegende Bild. Geschichte und technische Entwicklung der Kinematographie bis zur Gegenwart. gr. 8. VIII u. 240 Seiten mit 154 Abbildungen. Wien und Leipzig, A. Hartlebens Verlag. 1913. Geb. M. 5.

Der Kinematograph hat in der neuesten Zeit oft Bearbeitungen gefunden, aber keine, die so eingehend und anscheinend so vollständig wie die vorliegende ist. Als Literaturquellen sind überwiegend Patentschriften benutzt worden, da in der wissenschaftlichen und technischen Zeitschriften-Literatur sich äußerst wenig darüber findet. Von dem umfangreichen Inhalt gibt eine Vorstellung, daß nach einer historischen Übersicht nacheinander besprochen werden: das Stiftrad, der Greifer, der Schläger, die Reibungsscheibe, der Verschluß, das Bildfenster, das Bildband, die Feuerschutzeinrichtungen, der optische Ausgleich der Bildwanderung, Doppelapparate, farbige Bilder, räumlich erscheinende Bilder, die Einstellung am Bildfenster des Projektionskinematographen, die Optik des Kinematographen, die Führung des Bildbandes vor und hinter dem Bildfenster, Anordnung der Bilder auf breiten Bändern, rechteckigen und runden Platten sowie auf Trommelmänteln, Röntgenkinematographie, abblätternde Bilder, Mutoskope, die Lichtquellen der Vorführungsapparate, der Projektionsschirm, Einrichtungen zum Entwickeln und Kopieren der Films, die Verbindung des Kinematographen mit Tonapparaten usw.

Man bewundert beim Lesen, welch außerordentliche Menge von Erfindungstalent und Arbeit auf dies Gebiet schon verwendet worden ist. Wohl kein Physiker wird das Buch aus der Hand legen, ohne nach der einen oder anderen Richtung hin angeregt zu sein. Felix Jentzsch.

F. Paul Liesegang, Handbuch der praktischen Kinematographie. Die verschiedenen Konstruktionsformen des Kinematographen, die Darstellung der lebenden Lichtbilder, sowie das kinematographische Aufnahmeverfahren. 3., vollständig umgearbeitete, bedeutend vermehrte Auflage. gr. 8. XII u. 480 S. mit 231 Abbildungen. Leipzig, Ed. Liesegangs Verlag. 1912. M. 10.—, geb. M. 11.—

In äußerst breiter und doch nicht gerade eingehender Weise werden die mechanischen und optischen Teile des Kinematographen beschrieben, wobei auch, kennzeichnend für das Niveau, die Feuersgefahr bei kinematographischen Vorführungen und das zu wählende Programm der Lichtspieltheater behandelt wird. Von wirklichem Interesse sind die letzten 70 Seiten, die die Apparate mit optischem Ausgleich der Filmbewegung behandeln, ferner die Ultrarapid-, die Mikro-, die Röntgen-, die stereoskopische Kinematographie und die in natürlichen Farben. Der allerletzte Abschnitt behandelt wieder die neue Polizeiverordnung für Groß-Berlin. Felix Jentzsch.

S. Riefler, Tabellen der Luftgewichte γ_l^b, der Druckäquivalente β_l^b und der Gravitation g. Text in drei Sprachen. 4. IV. u. 102 S. Berlin, Julius Springer. 1912. Gebunden M. 6.—

Die angezeigten Tabellen sind ursprünglich hergestellt für die umfangreichen Laboratoriumsversuche, die es dem Verfasser ermöglichten, seinen Kompensationspendeln den bekannten hohen Grad von Unempfindlichkeit gegen Luftdruck- und Temperaturschwankungen zu geben. Da die tabulierten Größen aber ganz allgemein für alle Uhruntersuchungen gebraucht werden, so ist es dankenswert, daß Herr Riefler seine Tabellen jetzt allgemein zugänglich macht. Der wesentliche Inhalt des Buches wird durch den Titel genügend gekennzeichnet; im übrigen ist durch eingehende Erklärungen und die nötigen Hilfstafeln dafür gesorgt, daß die Tabellen mühelos von jedem Rechner und an jedem anderen Beobachtungsort als München, für das sie zunächst gelten, sowie für jeden Betrag der relativen Feuchtigkeit benutzt werden können. Die zunächst übertrieben hoch erscheinende numerische Genauigkeit seiner Zahlen erklärt der Verfasser für notwendig, wenn man bei der Kompensation von Pendeln die höchste Vollendung erreichen will. Die Dreisprachigkeit (Deutsch, Französisch, Englisch) mutet eigentlich nicht gerade zeitgemäß an, mag sich aber durch den zu erwartenden Interessentenkreis rechtfertigen. A. v. Brunn.

R. Witting, Zusammenfassende Übersicht der Hydrographie des Bottnischen und des Finnischen Meerbusens und der nördlichen Ostsee, nach den Untersuchungen bis Ende 1910. (Finländ. hydr. Unt. Nr. 7 Helsingfors.) Leipzig, Wilhelm Engelmann. 1912. M. 10.—

Es werden in der umfangreichen Studie behandelt: Wasserbewegung, Temperatur, Salzgehalt, Sauerstoffgehalt, Ströme und Wassertransport, Wasserumsetzung, Niveauveränderungen, Farbe und Sichttiefe und Eisverhältnisse der Ostsee.

An dieser Stelle ist es nicht möglich, mehr auf den Inhalt einzugehen, doch sei für jene, die sich für die genannten Themata näher interessieren, darauf hingewiesen, daß der Verfasser selbst in der zehnten Nummer des Jahrgangs 1912 der Zeitschrift der Gesellschaft für Erdkunde zu Berlin ausführlich über seine Forschungen berichtet, einer Nummer, die, wie hier bemerkt sei, eigens der Geographie der Ostsee gewidmet ist. Nippoldt.

P. Schulze, Lehrbuch der Physik für höhere Lehranstalten. Zweiter Teil. Oberstufe. gr. 8. VII. u. 261 S. mit 274 in den Text gedruckten Abbildungen. Bielefeld, Velhagen & Klasing. 1912. Gebunden M. 2.40

An guten Lehrbüchern der Physik für höhere Schulen ist kein Mangel. Wer es daher unternimmt, ihre Zahl zu vergrößern, müßte sich sehr genau prüfen, ob er wirklich etwas Neues und besonders Gutes zu leisten imstande ist. Für den ersten Teil seines Buches scheint dem Verfasser, nach der Besprechung in dieser Zeitschr. 14, 605, 1913, in der Tat etwas Gutes gelungen zu sein. Von dem zweiten Teil läßt sich das nicht sagen. Er enthält recht viele Ungenauigkeiten und Unklarheiten (Körper besitzt Kraft! — Ersetzung von Wagen durch Schlitten, um die Reibung zu vergrößern! — Die Erklärung der magnet. Kraft des elektr. Stroms enthält einen prächtigen Circulus vitiosus. — Falsche Angabe über Dampftemperatur über Lösungen usw.).

Die theoretischen Abschnitte sind zum Teil recht dürftig. (Interferenz, Akkumulatoren, Energieprinzip ...) Wenn technische Maschinen im Bilde vorgeführt werden, so dürfen es nicht nur solche aus alter Zeit sein. Kochan.

G. Wiegner u. P. Stephan, Lehr- und Aufgabenbuch der Physik. I. Teil: Allgemeine Eigenschaften der Körper. Mechanik. Für Maschinenbau- und Gewerbeschulen, sowie für verwandte technische Lehranstalten und zum Selbstunterricht. gr. 8. 252 S. mit zahlreichen Figuren im Text und ausgeführten Musterbeispielen. Leipzig, B. G. Teubner. 1912. M. 3.—

II. Teil: Lehre von der Wärme. Einiges aus der Lehre vom Licht (Optik). (Teubners Unterrichtsbücher für maschinentechnische Lehranstalten. II.) gr. 8. 186 S. mit 123 Figuren. Leipzig, B. G. Teubner. 1912. M. 2.40

Das vorliegende Lehr- und Aufgabenbuch will dem angehenden Techniker das Wichtigste aus dem Gebiete der Physik zur Erklärung, Einprägung und praktischen Anwendung bringen. Das Werk gliedert sich in drei Teile: Teil I enthält die allgemeinen Eigenschaften der Körper und die Mechanik. Mit Rücksicht darauf, daß der mittlere Techniker in erster Linie mit statischen Kräften und ihrem Gleichgewicht zu tun hat, ist die Untersuchung des Gleichgewichts vorangestellt. Teil II enthält die Lehre von der Wärme und als Anhang das Wesentlichste aus der Optik. In dem zurzeit noch in Vorbereitung befindlichen Teil III soll die Lehre vom Magnetismus und der Elektrizität behandelt werden. Jedem Abschnitt sind vollständig ausgeführte Musterbeispiele angefügt, welche die praktische Verwendbarkeit der entwickelten Gesetze und

Formeln zeigen und zur Lösung der darauf folgenden zahlreichen Aufgaben den Weg führen sollen. Die Aufgaben selbst sind meist Gebieten entnommen, die für den mittleren Techniker von besonderer Wichtigkeit sind. Hervorzuheben ist, daß auch Gegenstände Berücksichtigung fanden, die in den meisten speziellen Fachwerken stiefmütterlich behandelt sind, beispielsweise enthält Teil II genaue Berechnungen von Vorwärmern, Röhrenkühlern usw. R. Lucas.

R. Börnstein, Einleitung in die Experimentalphysik. Gleichgewicht und Bewegung (Aus Natur und Geisteswelt. Sammlung naturwissenschaftlich-gemeinverständlicher Darstellungen). 8. IV u. 118 S. mit 90 Abbildungen. Leipzig, B. G. Teubner. 1912. Geb. M. 1.25

Vor einiger Zeit hielt der Verfasser im „Verein für volkstümliche Kurse von Berliner Hochschullehrern" sechs Vorträge (die Kraft, die Schwerkraft, Gravitation, tropfbare Flüssigkeiten, Gase, Molekularerscheinungen), deren nachträgliche Niederschrift hier vorliegt. Da Mechaniker, Schlosser, Uhrmacher usw. einen großen Teil der Hörer bildeten, so sind die verschiedenen vorgeführten Apparate und Versuche möglichst einfach gestaltet worden. Besonderer Sorgfalt und entsprechender Ausführlichkeit erfreuen sich einige den Hörern besonders naheliegende Gebiete, wie die Uhr, die Wage, das Barometer, die Friktionsrolle usw. Die Behandlung ist klar und verständlich, die Abbildungen sind reichlich und zweckmäßig gewählt. R. Lucas.

W. Ostwald, Die Forderung des Tages. 2. verbesserte Auflage. gr. 8. VI u. 604 S. Leipzig, Verlag der Akademischen Verlagsgesellschaft. 1912. M. 9.30

In Goethes „Maximen und Reflexionen" stehen gleich am Anfang die bekannten Worte: „Wie kann man sich selbst kennen lernen? Durch Betrachten niemals, wohl aber durch Handeln. Versuche, deine Pflicht zu tun und du weißt sogleich, was an dir ist. Was aber ist deine Pflicht? Die Forderung des Tages."

Gemäß den Forderungen des Tages hat der Verfasser in den letzten Jahren eine größere Zahl von Abhandlungen in verschiedenen Zeitschriften erscheinen lassen, die hier zu einem Bande vereinigt sind. Die Abhandlungen betreffen sehr heterogene Themata; die Hauptabteilungen des Werkes tragen die Überschriften: I. Die Forderung des Tages. — II. Allgemeine Energetik. — III. Methodik. — IV. Psychologie und Biographie. — V. Allgemeine Kulturprobleme. — VI. Die internationale Hilfssprache. — VII. Unterrichtswesen. — VIII. Nach Stockholm.

Fast alle Aufsätze zeigen die bekannten Reize Ostwaldscher Darstellungskunst, überall kommt auch hier das starke, persönliche Moment zum Durchbruch — so kommt in einem Kapitel auf nicht ganz 13 Seiten das Wörtchen „ich" nicht weniger als 75 mal vor —, das auf manche Leser ungemein sympathisch wirkt, während andere wieder direkt unangenehm davon berührt werden. R. Lucas.

L. de Ball, Lehrbuch der sphärischen Astronomie. Lex.-8°. XV u. 367 S. mit 112 Figuren im Text und 2 Karten. Leipzig, Wilhelm Engelmann. 1912. Preis brosch. M. 20.—, gebunden M. 21.50

In der deutschen Lehrbuchliteratur ist die sphärische Astronomie bisher recht spärlich vertreten; das Brünnowsche Werk ist gut, aber vielfach veraltet und wenig anregend. Schon allein um deswillen wird ein neues Lehrbuch der sphärischen Astronomie des größten Interesses der Fachgenossen von vornherein sicher sein und um so erwartungsvoller zur Hand genommen werden, wenn der Verfasser seine Eignung, verwickelte Dinge in klarer und angenehm lesbarer Gedankenfolge zu entwickeln, bereits erprobt hat, wie Herr de Ball. Eine volle Erfüllung der hochgespannten Erwartungen hat das Buch dem Referenten nicht gebracht. Wohl ist der Inhalt überaus reichhaltig, so daß man fast für jede Aufgabe der sphärischen Astronomie eine eingehende Anleitung findet; auch die folgerichtige Anordnung des Stoffes ist schon durch die Natur der Aufgabe ziemlich eindeutig bestimmt. Aber gerade als Lehrbuch, das auch den Anfänger für den etwas spröden Stoff interessieren soll, scheint es mir nicht so geeignet, wie man erwarten konnte; dazu ist es zu kühl und arbeitet die gedanklichen Zusammenhänge nicht überall liebevoll genug heraus; auch ist die Behandlung des Stoffes nicht ganz gleichmäßig. Für den Fachmann allerdings, der die bestehenden kleinen Schwächen und Lücken leicht selbst ausfüllen kann, stellt das Buch ein hochwillkommenes Repertorium von seltener Vollständigkeit dar.

Für eine ins Detail gehende Würdigung des Werkes ist hier nicht der Platz; nur einzelne Bemerkungen, die mir beim Durchlesen des Buches auffielen, flechte ich in die Inhaltsangabe ein; sie sind natürlich mit aller Subjektivität des persönlichen Geschmackes behaftet.

Die ersten drei Kapitel enthalten die übliche Einleitung in die sphärische Astronomie: Reihenentwicklungen, Formeln für numerisches Rechnen, Methode der kleinsten Quadrate, sphärische Trigonometrie. Sympathisch ist hier, wie überall im folgenden, das Streben nach Selbständigkeit, das man auch dann gern gelten läßt, wenn die sonst gebräuchlichen Ableitungsmethoden gelegentlich etwas kürzer sind; Hinweise auf das nicht überall zugängliche Oppolzersche Lehrbuch der Bahnbestimmung sollten aber besser vermieden werden. Kap. IV behandelt die astronomischen Koordinatensysteme und ihre Beziehungen zueinander. Hier hätte mit den alten unglücklichen Bezeichnungen: Deklinations- und Breitenkreis statt Stunden- und Längenkreis aufgeräumt werden sollen, indem jene erstgenannten Bezeichnungen logischerweise für die kleinen Kreise gleicher Deklination bzw. ekliptischer Breite vorzubehalten wären; auch in diesem Kapitel wirkt ein Hinweis auf Chauvenets Lehrbuch störend; der betreffende Beweis hätte ja einfach übernommen werden können. Sehr eingehend behandelt Kap. V die Theorie der Drehung der Erde. Daß das hier im Gegensatz zu andern Lehrbüchern überhaupt geschieht, wird Anerkennung finden, da sonst die Präzessions- und Nutationsformeln völlig in der Luft schweben. Herr de Ball verzichtet bei der Theorie der Erddrehung auf die elegante Darstellungsform der modernen Kreiseltheorie. Das wäre, wenn es sich lediglich um die Gewinnung der numerischen Ausdrücke für die

Präzession und Nutation handelte, ziemlich belanglos; für die theoretische Darlegung aber rächt sich dieser Verzicht nicht nur durch einen Verlust an mechanischer Anschaulichkeit, sondern vereinzelt geradezu durch sachliche Unebenheiten. Überaus dankenswert ist es aber, daß der Verfasser die mühseligen analytisch-numerischen Entwicklungen und Umformungen nicht gescheut hat, um dem Leser die endgültigen Präzessions- und Nutationsformeln vor Augen entstehen zu lassen. Endlich sei noch der Hinweis erlaubt, daß die Bestimmung der Mondmasse wohl besser gleichzeitig mit der der mechanischen Abplattung abgehandelt würde; es käme dann klarer heraus, wie hier Theorie und Beobachtung ineinander greifen. Ein kurzes Kap. VI behandelt die Erscheinungen, die mit der Erdrotation zusammenhängen. Dann folgen in Kap. VII bis X die eingehenden Formeln zur Berücksichtigung der Präzession, Nutation, jährlichen Parallaxe, Eigenbewegung, Aberration; hier ist die Bestimmung der Parallaxe von Sternströmen willkommen. Die Reduktion auf den scheinbaren Ort, Kap. XI, faßt die außerirdischen, an die unmittelbare Beobachtung anzübringenden Korrektionen zusammen. Es folgt nun logischerweise die Behandlung der täglichen Parallaxe in Kap. XII und, sehr eingehend, der Refraktion in Kap. XIII. Diese Ausführlichkeit bezüglich der Refraktion ist an sich sehr zu begrüßen, nur hätte wohl in Einzelheiten die Form etwas weniger kategorisch sein können. Es ist doch zu bedenken, daß die Formeln, die dazu dienen, um den in Wirklichkeit sprunghaften Verlauf gewisser meteorologischer Elemente längs der Atmosphäre für die mathematische Behandlung abzuglätten, vielfach rein interpolatorischen Charakter haben, und sich ihre Berechtigung nur ex eventu herleiten läßt; das tritt manchmal nicht klar genug hervor. Kap. XIV bis XVI geben die Anleitung zur Bearbeitung sogenannter absoluter Messungen zur Festlegung eines fundamentalen Bezugssystems für astronomische Messungen und zur Bestimmung der fundamentalen Konstanten. Bei der Besprechung der relativen Parallaxen in Kap. XVII wird bezüglich der photographischen Methoden auf die Spezialliteratur verwiesen. Diese stiefmütterliche Behandlung ist doch nicht ganz gerechtfertigt. Denn die Methode der photographischen Vermessung ist doch im Prinzip ebenso allgemein wie die der heliometrischen, und zudem sind ja die Reduktionsmethoden im Grunde genommen nicht so sehr verschieden bei beiden Bestimmungsarten. Kap. XVIII, XIX und XX bringen die Berechnung und Auswertung von Sternbedeckungen, Sonnen- und Mondfinsternissen. Bei der Bestimmung der nördlichen und südlichen Grenzkurve der Sonnenfinsternisse hätte vielleicht der geometrische Charakter des Problems noch ein wenig greifbarer gemacht werden können an der Hand der Karten. In Kap. XXI, Astrographische Ortsbestimmungen, ist besonders das Eingehen auf die Bestimmung der Mondlibration dankenswert. Ein Kapitel über einige Aufgaben vorwiegend geodätisch-astronomischen Charakters schließt das Buch ab.

Herrn de Balls Lehrbuch ist ausgezeichnet durch die Freihaltung von vielem Konventionellen und durch eine Reichhaltigkeit, die sich bei späterer Überarbeitung leicht zur Vollständigkeit auswachsen wird. Auch die vorhandenen kleinen Unebenheiten werden dabei zum Verschwinden gebracht werden. Auch jetzt schon ist es eine sehr wertvolle Bereicherung der Literatur. A. v. Brunn.

Tagesereignisse.

Institut international de Physique Solvay (Sitz: Brüssel, Parc Léopold). Für das Geschäftsjahr 1913/14 ist eine Summe von 20000 Francs verfügbar zur Unterstützung experimenteller Arbeiten auf dem Gebiete der Physik und der physikalischen Chemie; sie soll vorzugsweise verwandt werden im Interesse von Untersuchungen über die Strahlungserscheinungen (einschließlich der Röntgenstrahlen und der radioaktiven Strahlungen) und von solchen, welche an die Theorie der Energiequanten oder an Molekulartheorien anknüpfen.

Die Beihilfen werden bewilligt, ohne Unterschied der Nationalität, durch den Verwaltungsausschuß des Instituts, auf Vorschlag eines internationalen wissenschaftlichen Komitees. Der Verwaltungsausschuß besteht aus den Herren Professoren P. Heger, E. Tassel und J. E. Verschaffelt in Brüssel; das wissenschaftliche Komitee aus Herrn H. A. Lorentz (Haarlem) als Vorsitzenden; Mme. M. Curie (Paris); M. Brillouin (Paris); R. B. Goldschmidt (Brüssel); H. Kamerlingh Onnes (Leiden); W. Nernst (Berlin); E. Rutherford (Manchester); E. Warburg (Berlin) und M. Knudsen (Kopenhagen) als Sekretär.

Die Gesuche um Beihilfen sind bis zum 15. Sept. 1913 an Herrn Professor H. A. Lorentz, Zijlweg 76, Haarlem (Holland) zu richten. Sie müssen genaue Angaben enthalten über die Probleme, welche gelöst werden sollen, die Mittel, deren man sich bedienen will, und die Summe, welche man zu erhalten wünscht; es empfiehlt sich außerdem, alle Einzelheiten beizufügen, welche für das wissenschaftliche Komitee in Betracht kommen könnten.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Technischen Hochschule Berlin Dr.-Ing. Fr. Kock für reine und angewandte Physik, an der Universität Bern Dr. Henoch für Mathematik und Dr. Berliner für Zahlentheorie.

Ernannt: Der ord. Professor für physikalische Chemie an der Technischen Hochschule Danzig Dr. Friedrich Krüger zum ord. Professor der Physik an derselben Hochschule (als Nachfolger von J. Zenneck), der Privatdozent für Chemie an der Universität Aix-Marseille Professeur adj. M. Baud zum ord. Professor für Chemie an der Universität Poitiers, der Privatdozent an der Technischen Hochschule Danzig Dr.-Ing. Artur Proell zum ord. Professor der Mechanik an der Deutschen Technischen Hochschule Brünn, der Professor für physikalische Chemie an der Universität Liverpool Dr. F. G. Donnan in gleicher Eigenschaft am University College London (als Nachfolger von Sir William Ramsay), der Lektor für physikalische Chemie am University College London Dr. William Cudmore M'Cullagh Lewis zum Professor an die Universität Liverpool.

Berufen: Der ord. Professor für mathematische Physik an der Technischen Hochschule Zürich Dr. Albert Einstein zum ord. Honorarprofessor an die Universität Berlin (als Nachfolger von J. H. van't Hoff).

Verliehen: Dem Privatdozenten für chemische Technologie an der Technischen Hochschule Wien Dr. Franz Erban der Titel Professor, dem Privatdozenten für Physik an der Universität Greifswald Dr. Julius Herweg der Titel Professor.

Gestorben: Der ord. Professor der anorganischen Chemie an der Technischen Hochschule München Dr. Wilhelm Muthmann, der englische Seismologe Professor John Milne in Schida (Begründer der Seismological Society of Japan), der a. o. Professor für pharmazeutische Chemie an der Universität Lausanne Dr. Friedrich Seiler.

Für die Redaktion verantwortlich Dr. Hans Busch in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

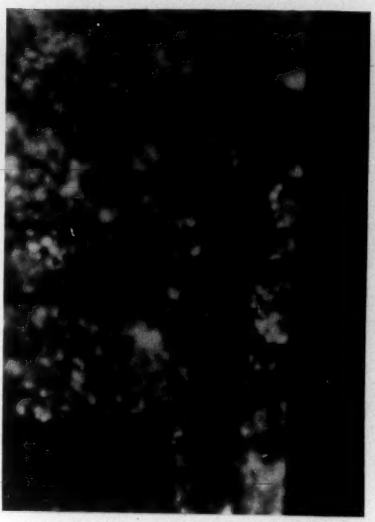


Fig. 1.

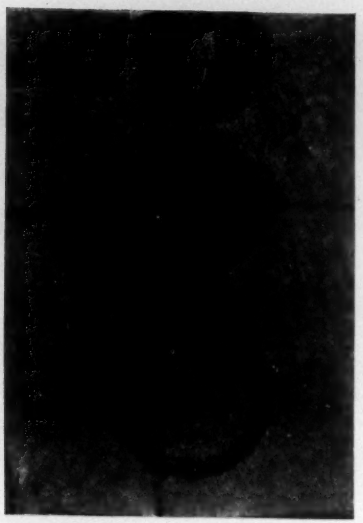


Fig. 2.

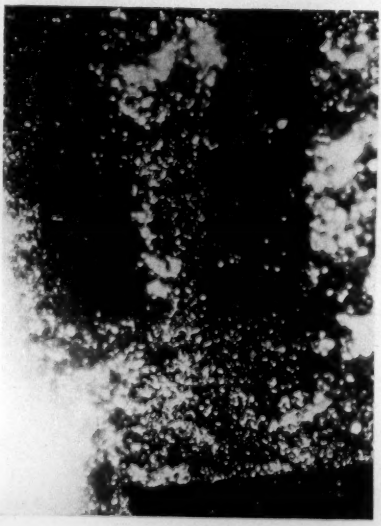


Fig. 3.

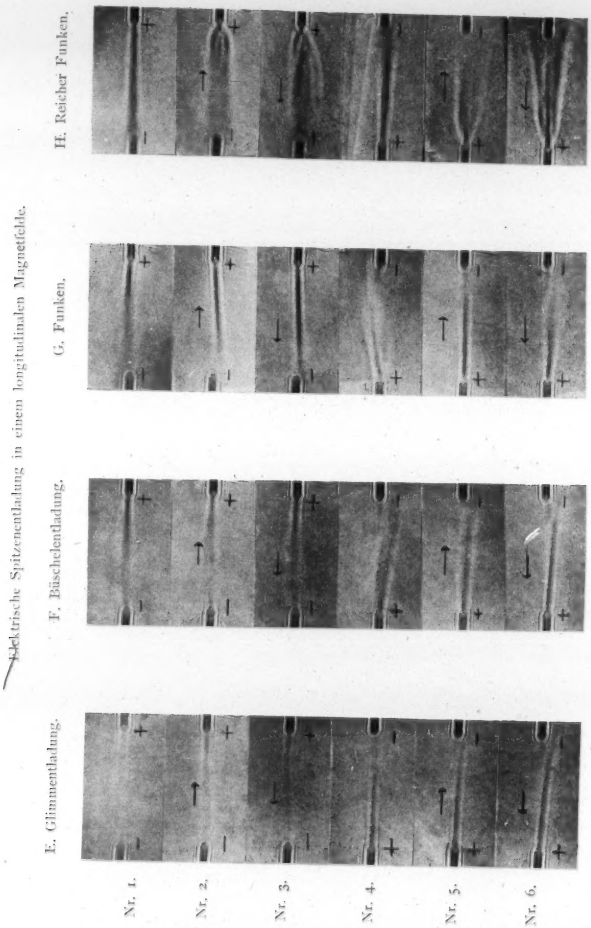
COLLEGE
LIBRARY

Elektrische Spitzenentladung in einem transversalen Magnetfelde.

Punkte in Kreisen = Richtung des Magnetfeldes senkrecht zur Bildebene von hinten nach vorn.
Kreuze „ „ = „ „ „ „ „ „ von „ „ hinten.
Nr. 1 und Nr. 4 ohne Magnetfeld. Fig. 4.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

COLLEGE
LIBRARY



Der Pfeil gibt die Richtung des Magnetfeldes an.
Nr. 1 und Nr. 4 ohne Magnetfeld.

Fig. 5.

FRANKLIN
COLLEGE
LIBRARY

Elektrische Spitzenentladung in einem transversalen elektrostatischen Felde.

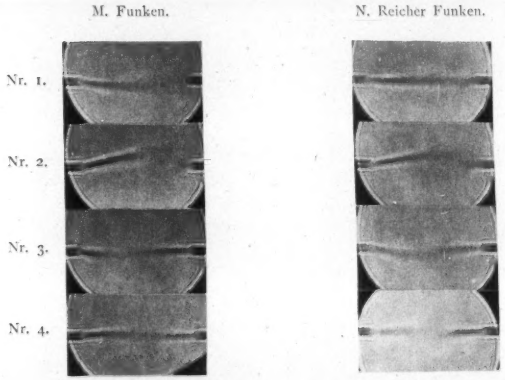
I. Glimmentladung. J. Büschelentladung. K. Funken. L. Reicher Funken.

Nr. 1.
Nr. 2.
Nr. 3.
Nr. 4.
Nr. 5.
Nr. 6.

Nr. 2, 3, 5, 6: Ablenkung durch elektrostatische Felder.
Nr. 1 und Nr. 4: kein transversales Feld.
Die Zeichen + und — geben die Ladung auf den Spitzen und Platten an.

Fig. 6.

Elektrische Spitzenentladung in einander entgegenwirkenden elektrostatischem und magnetischem Felde.



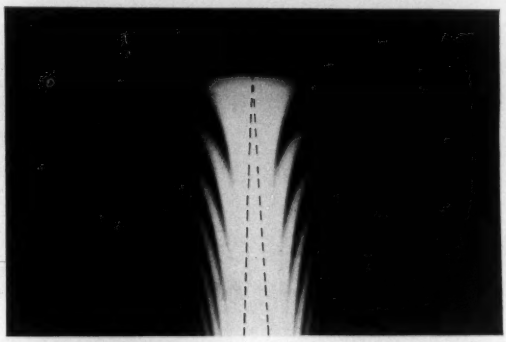
Nr. 1: magnetisches und elektrostatisches Feld einander entgegenwirkend.
Nr. 2: Ablenkung durch elektrostatisches Feld.
Nr. 3: „ „ magnetisches Feld.
Nr. 4: weder magnetisches noch elektrostatisches Feld.

Fig. 7.

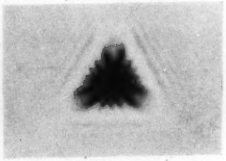
OREGON
COLLEGE
LIBRARY

PROPOSITIO I.

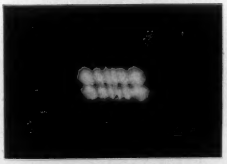
Lumen propagatur seu diffunditur non solum Directe, Refracte, ac Reflexe, sed etiam alio quodam Quarto modo, DIFFRACTE.

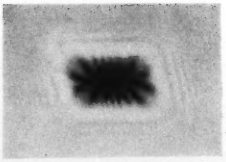


1. Keilförmiger Spalt.



2 u. 3. Dreieck.

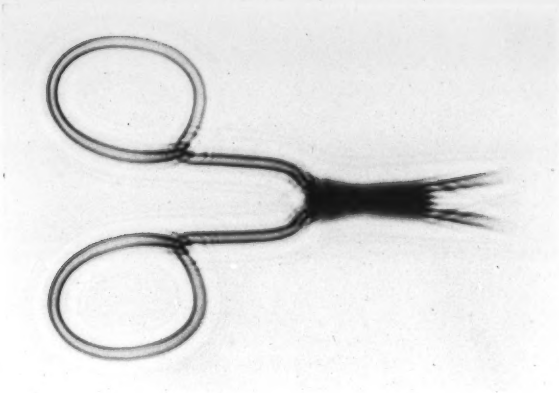




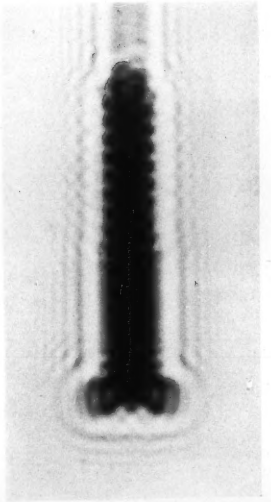
4 u. 5. Parallelogramm.

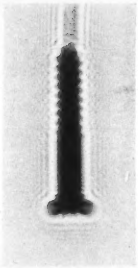
OBERLIN
COLLEGE
LIBRARY

Zu den Newtonschen Versuchen.



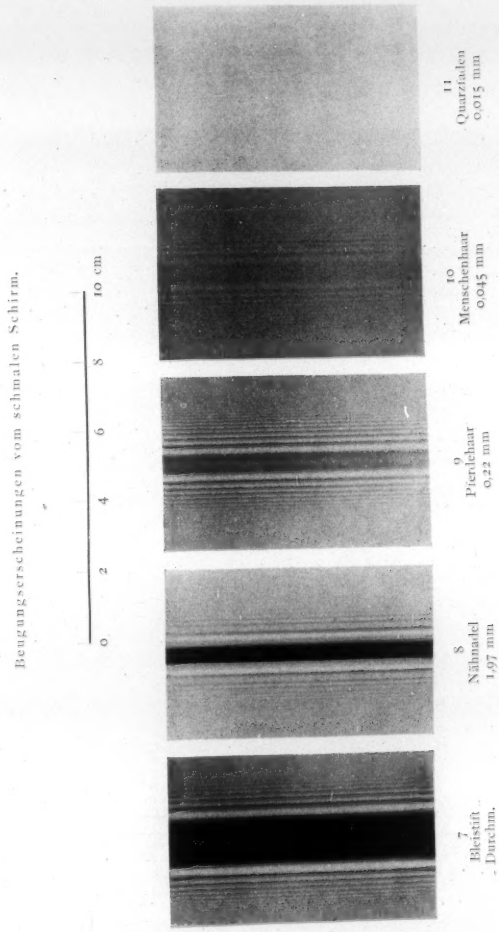
6. Schatten im weißen Licht.





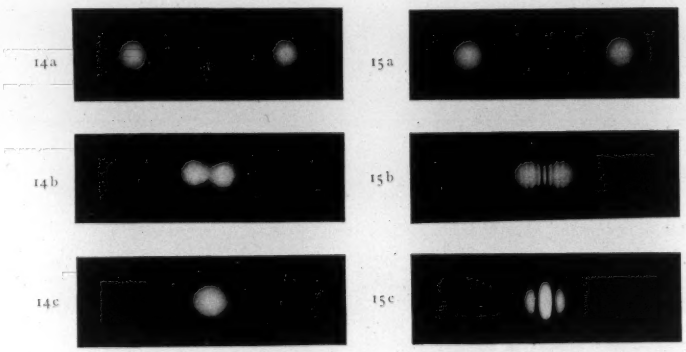
12. u. 13. Schatten im blauen Licht.

OBERLIN
COLLEGE
LIBRARY

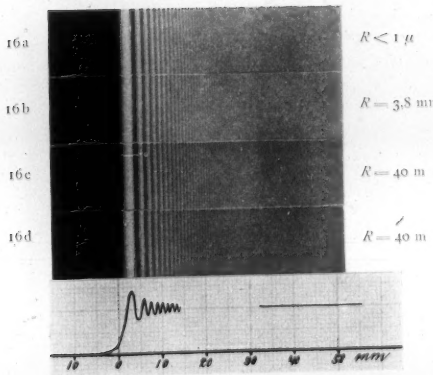

Beugungserscheinungen vom schmalen Schirm.
0 2 4 6 8 10 cm
7
Bleistift
Durchm.
7,15 mm
8
Nähnadel
1,97 mm
9
Pferdehaar
0,22 mm
10
Menschenhaar
0,045 mm
11
Quarzfaden
0,015 mm

PROPOSITION VIII.

When two Undulations, from different Origins, coincide either perfectly or very nearly in Direction, their joint effect is a Combination of the Motions belonging to each.



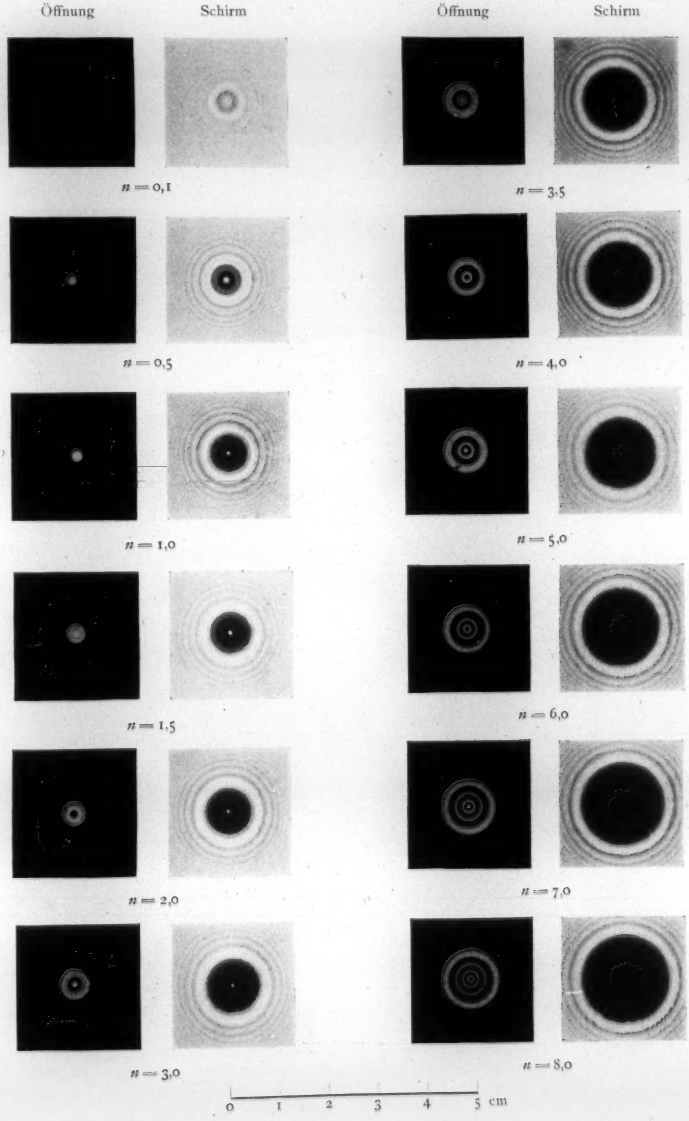
Der Versuch von Young (Interferenzprinzip).



Der Versuch von Fresnel (Schatten eines geraden Randes).

OBERLIN
COLLEGE
LIBRARY

17. Die Beugungserscheinungen einer kreisrunden Öffnung und Schirmchens.

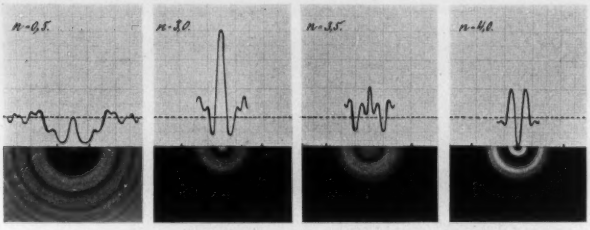


W. Arkadiew, Die Fresnelschen Beugungserscheinungen.

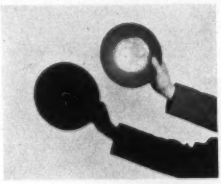
Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

LIBRARY

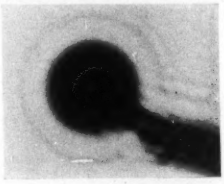
18. Zur Theorie von Lommel.



19. Schatten einer kreisrunden Scheibe 21 cm Durchmesser. Weißes Licht.

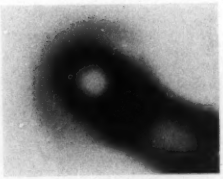


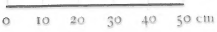
$a + b = 3$ m



$a + b = 29$ km

$a + b = 2$ km



$a + b = 235$ km

$a + b = 7$ km